ALGUNAS ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES QUE INVOLUCREN EL CONCEPTO DE FUNCION LINEAL A LOS ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DEL PROGRAMA DE TECNOLOGIA EN ELECTRONICA EN LA INSTITUCION UNIVERSITARIA ANTONIO JOSE CAMACHO.

FRANK ALEXIS FERNANDEZ SOLARTE

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias Básicas

Maestría en Enseñanza de la Matemática

Santiago de Cali

2018

ALGUNAS ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES QUE INVOLUCREN EL CONCEPTO DE FUNCION LINEAL A LOS ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DEL PROGRAMA DE TECNOLOGIA EN ELECTRONICA EN LA INSTITUCION UNIVERSITARIA ANTONIO JOSE CAMACHO.

FRANK ALEXIS FERNANDEZ SOLARTE

Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Enseñanza de las Matemáticas

Director del trabajo de grado

Mg. Julián Carmelo López Llorente

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias Básicas

Maestría en Enseñanza de la Matemática

Santiago de Cali

2018

Dedicatoria

A nuestro gran Dios que nos da la vida para salir adelante, a mi esposa y mis dos hijos que son la razón de ser de mi existencia

A mi madre querida el ser más especial que tengo

A mi padre que desde el cielo me acompaña y guía.

Agradecimientos

Ante todo a Dios por darme la vida y el ánimo para seguir a delante en mi camino.

A mi esposa e hijos por tenerme la paciencia y darme el apoyo mientras llevaba a cabo esta enriquecedora experiencia vivida en la maestría.

A mi madre que con sus oraciones siempre me llenan de paz, confianza y ánimo para salir adelante.

A mis compañeros de maestría y profesores de quienes aprendí día a día algo nuevo.

A mi director de proyecto de grado quien creyó en mi propuesta y me apoyo para llevar a feliz término este trabajo de grado.

A los estudiantes de primer semestre de tecnología en Electrónica, Mecatrónica e Instrumentación del segundo periodo del 2017 quienes aportaron con su tiempo y dedicación en las diferentes actividades necesarias para la culminación de este proyecto.

Tabla de contenido

Índice de tablas

Índice de Figuras

Resumen

Esta es una investigación en el área de matemáticas educativa, realizado dentro de los lineamientos curriculares sugeridos en la Maestría de Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP) en convenio con la Institución Universitaria Antonio José Camacho (UNIAJC), la cual busca minimizar las dificultades que presentan los estudiantes de primeros semestres en especial de las tecnologías en Electrónica, Mecatrónica e Instrumentación en el curso de matemáticas I de la Institución Universitaria Antonio José Camacho, aportándoles algunas estrategias para solucionar problemas matemáticos relacionados con el concepto de función lineal.

En este estudio se usaron como bases algunas de las estrategias para solución de problemas planteadas por Polya y Santos Trigo en sus libros *Como plantear y resolver problemas y Principios* y *métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas* respectivamente.

En este proyecto surge también de la necesidad de relacionar el aprendizaje de las matemáticas con la solución de problemas, lo cual desempeña un papel importante cuando se discuten algunas estrategias y el significado de las soluciones. Es fundamental poner atención a esta actividad, ya que los estudiantes de cualquier nivel, trabajan con una gran cantidad de problemas en contextos variados cuya solución involucra diversos contenidos matemáticos. Reconocer que resolver problemas es una actividad esencial en el desarrollo y aprendizaje de las matemáticas, implica la necesidad de discutir algunos interrogantes alrededor de esta actividad, ¿Qué es un problema?, ¿Qué es la resolución de problemas?, ¿Cuáles son la bases que sustentan la propuesta del

aprendizaje de las matemáticas con énfasis en la resolución de problemas? (Santos, 1996). Discutir estos interrogantes será un garante para la realización de este trabajo.

Se tendrá en cuenta también la comprensión de problemas desde la taxonomía SOLO de John Biggs el cual es un sistema de categorías diseñado para evaluar la calidad de una respuesta. Finalmente se propondrán una serie de problemas matemáticos relacionados al concepto de función lineal contextualizados con los temas de interés de los estudiantes de primer semestre de las Tecnologías en Electrónica, Mecatrónica e Instrumentación Industrial, que buscan mejorar la capacidad de lectura, interpretación y comprensión de problemas comunes relacionados con este concepto.

Palabras claves: Función lineal aplicada a la electrónica, estrategias para la solución de problemas lineales, problemas lineales aplicados a ingeniería electrónica, taxonomía SOLO y problemas matemáticos aplicados.

Abstract

This work is an investigation in the area of educational mathematics, carried out within the curricular guidelines suggested in the Mathematics Teaching Mastery of the Technological University of Pereira (UTP for its acronym in Spanish) in agreement with the University Institution Antonio José Camacho (UNIAJC for its acronym in Spanish), which seeks to minimize the difficulties presented by the first semester student taking mathematics I of the University Institution Antonio José Camacho, especially from those taking the technologies in Electronics, Mechatronics and instrumentation, contributing to them some mathematical problem solving strategies related to the concept of linear function.

In this study some of the strategies for problem solving presented by Polya and Santos Trigo in their books “How to suggest and solve problems” and “Problem solving methods for Mathematical learning” respectively, were used as bases. In this project also arises the need of relating the mathematical learning with the problem solving, which plays an important role when dealing with some strategies and the meaning of the solutions. It’s fundamental to pay attention to this activity, since the students at any level work with a huge amount of problems in varied contexts, whose solutions involve many mathematical topics. To recognize that problem solving is an essential activity for the mathematical learning and development implies the need of arguing some questions surrounding this activity: What is a problem? What is problem solving? What are the bases that support the approach of mathematical learning with emphasis on problem solving? (Santos, 1996). Solving these questions will give guarantee for the realization of this work.

We will also consider the problem comprehension from the SOLO taxonomy by John Biggs, which is a system of categories designed to evaluate the quality of an answer. Finally, some series of mathematical problems related to the concept of linear function will be proposed and they will be contextualized with the topics of interests of first semester students taking the technologies in electronics, Mechatronics and instrumentation. Those problems seek to improve the reading capacity, interpretation and comprehension of common problems related with this concept.

Keywords: Lineal function applied to electronics, problem solving strategies, linear problems applied to electronic engineering, SOLO taxonomy, and Mathematical problem applied.

1. Planteamiento del problema

1.1 Planteamiento del problema

La Institución Universitaria Antonio José Camacho es una entidad de carácter público, ubicada en la ciudad de Santiago de Cali (Colombia) comprometida con la formación Integral de excelencia en diferentes niveles y metodologías de la educación superior; contribuyendo de manera significativa al avance de la ciencia, la tecnología, la cultura, la transformación socioeconómica y al desarrollo de la región y del país (UNIAJC, 2015, p.16).

La Institución Universitaria Antonio José Camacho –UNIAJC- no tiene como requisito de admisión exigir un puntaje determinado en las pruebas Saber 11º, realizar entrevistas o pruebas escritas de selección, por lo que, un alto porcentaje de los estudiantes que ingresan a la UNIAJC, presentan deficiencias en muchos conceptos matemáticos básicos, al igual que en comprensión de textos y comunicación, lo cual se evidencia en las evaluaciones diagnósticas que realiza el Departamento de Ciencias Básicas a los cursos de primer semestre.

En este sentido la pregunta de investigación es:

¿Cómo facilitar la comprensión, el análisis y generación de estrategias en la solución de problemas verbales relacionados con el concepto de función lineal para los estudiantes de primer semestre del programa de Tecnología en Electrónica y a fines de la UNIAJC?

1.2 Justificación

El interés en esta propuesta se debe a que desde la experiencia como docente en la UNIAJC se ha vivenciado las diferentes dificultades que presentan los estudiantes a la hora de pedirles que solucionen problemas relacionados con el concepto de función lineal, pues mecanizan bien los procesos para resolver los ejercicios, pero al enfrentarse a un problema aplicativo, se les dificulta interpretar y extraer los datos necesarios para la solución.

Las dificultades para la solución de problemas se evidencian en casi todas las temáticas en donde se requiere que los estudiantes contextualicen los conocimientos adquiridos y lo apliquen a la solución de problemas. Se hace necesario entonces generar algunas estrategias alternativas para ayudar a los estudiantes a adquirir herramientas para que puedan dar solución de una manera organizada y lógica a un problema en particular.

A continuación se presentan los resultados de la prueba diagnóstica de matemáticas que se aplicó a 370 estudiantes que ingresaron a primer semestre en el periodo académico 2017-1 (DCB, 2017a)

Intervalos de Calificaciones	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual	Frecuencia porcentual acumulada
	Fa	Fr	F%	FA
[0, 20)	38	0,1027	10,27%	10,27%
[20, 40)	225	0,6081	60,81%	71,08%
[40, 60)	95	0,2568	25,68%	96,76%
[60, 80)	10	0,0270	2,70%	99,46%
[80,100]	2	0,0054	0,54%	100,00%
Total	370	1,0000	100,00%	----

Figura1. Resultados prueba diagnóstica de matemáticas aplicada a estudiantes de primer semestre periodo 2017-1 de la UNIAJC.
Fuente: DCB (2017a).

De acuerdo a la gráfica se puede observar que el 96,76 % de la población diagnosticada, obtuvo una calificación inferior a 3, en un rango de 0 a 5, lo cual pone en evidencia el bajo rendimiento académico mencionado.

Por otra parte es importante reiterar que el plan de curso (DCB, 2016a) de la asignatura matemáticas I de los programas de la Facultad de Tecnología en Electrónica, tiene como eje principal el desarrollo del concepto de función, en donde se inicia con la función lineal y se continua a lo largo del semestre con el estudio específico de las funciones polinómicas, racionales, logarítmicas y exponenciales; Además el modelo pedagógico de la UNIAJC (2013) sugiere un aprendizaje autónomo-significativo-colaborativo de los conceptos que se aborden en clase, es decir que los docentes de la UNIAJC entre otras cosas, deben contextualizar los conceptos matemáticos al área específica de cada programa académico, con el fin de imprimir el carácter significativo al tipo de aprendizaje deseado.

Teniendo en cuenta que para la mayoría de los tecnólogos, emplear sus conocimientos para interpretar y resolver problemas matemáticos contextualizados, es fundamental para desempeñarse como profesionales competentes y, en procura de contribuir a los esfuerzos que realiza la UNIAJC en el mejoramiento académico de sus estudiantes, es presentada esta propuesta con la finalidad de proponer algunas estrategias para la solución de problemas verbales que involucren el concepto de función lineal.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Generar e implementar estrategias pedagógicas que ayuden a reforzar las habilidades en la resolución de problemas relacionados con el concepto de función lineal para estudiantes de primer semestre del programa de tecnología en Electrónica, Macatrónica, Instrumentación Industrial y a fines de la institución universitaria Antonio José Camacho.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Determinar el nivel de comprensión, conocimientos previos y habilidades relacionados con el concepto de función lineal con el que ingresan los estudiantes al curso de matemáticas I del programa de Tecnología en Electrónica y a fines de la UNIAJC.
- Analizar y aplicar las estrategias metodológicas de autores como Polya, Schoenfeld y Santos Trigo, para facilitar la comprensión y solución de problemas matemáticos relacionados con el concepto de función lineal.
- Proponer diferentes tipos de problemas matemáticos y sus soluciones aplicando las estrategias metodológicas de autores como Polya, Schoenfeld y Santos Trigo, y que involucren el concepto de función lineal, para los estudiantes de primer semestre de las Tecnologías en Electrónica y a fines de la UNIAJC.

2. Metodología de la investigación

Para determinar los conocimientos previos y el nivel de comprensión con que llegan los estudiantes a los primeros semestres del programa de Tecnología en Electrónica y afines de la Institución Universitaria Antonio José Camacho, se presentaron y plantearon una serie de problemas matemáticos pilotos para los estudiantes en donde se incluyeron los conceptos de función lineal, y se analizaron las respuestas usando los cinco niveles de la Taxonomía SOLO -John Biggs-, en las que se tuvieron en cuenta la situación de aprendizaje, el problema planteado que requiere solución, la acción que realizo el alumno frente al problema y las circunstancias en las que fue puesto el alumno para demostrar su aprendizaje.

Se hicieron procesos de observación cuando los estudiantes estaban resolviendo los problemas, se analizaron comportamientos y aptitudes frente a los mismos y posteriormente se revisaron sus resultados.

Se consideró también en este proyecto el concepto de resolución de problemas desde el carácter cualitativo. Definiendo el problema desde el punto de vista cualitativo, no necesariamente se trata de una situación abierta que admita distintas soluciones, ni tampoco que sea una situación donde las expresiones matemáticas no entren en juego para la resolución de problema, sino que siendo usadas exijan estar acompañadas de alguna interpretación conceptual, que lleve a un análisis de las variables intervinientes y de cómo estas afectan o se tienen en cuenta en la aplicación que se le esté dando a la situación problema. Con estas ideas, un "buen análisis cualitativo" de la situación problema exige una lectura comprensiva del enunciado para poder identificar cuál es el problema real y el área de conocimiento pertinente al que se esté aplicando.

Se hizo también un análisis y síntesis de las diferentes teorías y metodologías propuestas por los autores antes mencionados, con el fin de incorporarlas a los resultados obtenidos con los estudiantes que solucionaron los problemas, obteniendo con ello los insumos que sirvieron posteriormente para el estudio y análisis de resultados, con lo cual se pudo ofrecer nuevas metodologías y estrategias para el análisis y la solución de problemas con los estudiantes de primer semestre del programa de Tecnología en Electrónica y afines de la UNIAJC. Finalmente, se propusieron una serie de problemas que involucraron la aplicación de los conceptos de función lineal y temas preliminares teniendo en cuenta los diferentes niveles de comprensión de la Taxonomía SOLO, las estrategias para la solución de problemas de autores como Polya, Schoenfeld, Santos trigo y Luis Puig entre otros, fueron mostrados y entregados como ejemplos para el desarrollo principal de este trabajo. Lo cual no solo quedará al servicio de la UNIAJC, población a la cual va dirigida el estudio, sino también para todos aquellos que quieran profundizar y ampliar un poco más sus conocimientos en la adquisición de habilidades y destrezas en la solución de problemas matemáticos aplicados de este tipo.

3. Marco teórico de referencia

Al hablar de estrategias para la solución de problemas contextualizados en matemáticas, se hace importante analizar todas aquellas dificultades que presentan los estudiantes a nivel cognitivo, epistemológico social y cultural con los cuales han crecido y se han formado durante todo su proceso educativo, preescolar, básica primaria, secundaria y educación media.

Se conoce que el problema surge desde muy temprano cuando el estudiante empieza a ser educado en el aula pues muy pocas veces se enfatiza en que el estudiante sea capaz de analizar, contextualizar y aplicar lo que aprendió en una situación problema de la vida práctica.
García, Jacqueline (1992) escribe:

> Es por esto que, frente a la resolución de un problema, el sujeto intenta aplicar un esquema ya conocido o que dispone, pero si la situación no es semejante a otra que ya ha resuelto, empieza a tener dificultades mientras intenta construir una nueva solución, con lo cual se modifican los esquemas o se modifican varios de ellos. El individuo no tiene formación o practica para modificar los esquemas o cambiar otros diferentes con el fin de buscar una respuesta al problema planteado. Puig (1996) define al proceso de resolución de un problema como "la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante de él es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acaba da la tarea (p.34). Para ser coherente con esta definición, se debe hacer una distinción entre resultado, solución y resolución. Resultado indica lo que contesta a la pregunta del problema, el termino solución indica la presentación final de los pasos que van de los datos a la incógnita, y

resolución indica el conjunto de acciones que realiza el resolutor durante el proceso (Puig, 1996)

Por otro lado en la teoría de la taxonomía SOLO (*Structure of Observed Learning Outcomes*) (Estructura del resultado del aprendizaje observado), La cual se basa en el estudio de los resultados de distintas áreas académicas de contenido, diseñados para evaluar la calidad del aprendizaje a medida que los estudiantes aprenden y en donde los resultados muestran fases similares de creciente complejidad estructural.

Biggs (1982) afirma:

"Hay dos cambios principales - *los* cuantitativos, a medida que aumenta la cantidad de detalles principales en la respuesta de los estudiantes y cualitativos, a medida que los detalles se integran a un modelo estructural. Las fases cuantitativas del aprendizaje se producen primero; después, el aprendizaje cambia cualitativamente".

Dicha taxonomía se divide en cinco niveles cualitativamente diferenciables: Pre estructural, uniestructural, multiestructural, relacionante y abstracto extendido o ampliado

Pre-estructural: las respuestas que proporcionan los alumnos ante una determinada tarea son erróneas o inexistentes.

Uní-estructural: el resultado del alumno, pese a poder ser cierto, sólo se centra en un determinado aspecto que, por otro lado, no tiene por qué ser relevante.

Multi-estructural: en este caso el alumno es capaz de enumerar una serie de aspectos correctos, pero no va más allá.

Relacional: el alumno no sólo identifica varios aspectos correctos, sino que también es capaz de relacionarlos entre sí.

Abstracto ampliado: es el nivel más complejo, en el cual el alumno cumple con los anteriores criterios y, además, es capaz de ir más allá de lo preguntado para poder relacionarlo con otros sistemas ajenos a la tarea en sí pero que, de algún modo, enriquecen la respuesta.

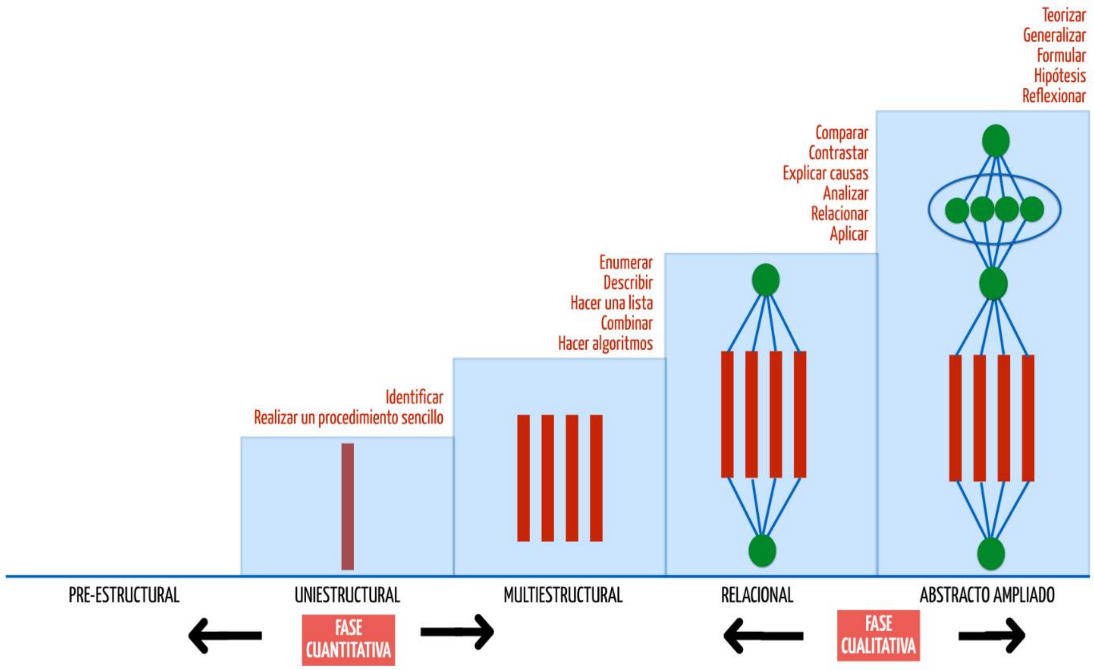


Figura 2. Los 5 niveles de la Taxonomía solo de John Biggs.

Fuente: http://www.theflippedclassroom.es/la-taxonomia-solo-de-biggs/

Por otro lado, con el concepto del término Alineamiento Constructivo, se pone de relieve la importancia de relacionar las intenciones del profesor, la tarea de los alumnos y los instrumentos de evaluación. A través de esta idea se puede observar cómo la intención del profesor (educar) no tiene por qué corresponder con la que se esperaría encontrar en el alumnado (aprender), así, no es de extrañar que muchos de los alumnos estén más preocupados por aprobar la asignatura que por aprender las competencias planificadas.

Con un buen alineamiento constructivo, se promueve el aprendizaje profundo en los Alumnos, para lo cual, el profesor tendrá que hacer corresponder entre sí, los objetivos, los contenidos de aprendizaje, las actividades de enseñanza aprendizaje y la evaluación. " Un buen sistema de enseñanza alinea el método y la evaluación de la enseñanza con las actividades de aprendizaje establecidas en los objetivos " (Biggs, 2005, p.29).

La taxonomía SOLO y el alineamiento constructivo recuerdan cómo lo verdaderamente importante en relación con todo proceso de enseñanza-aprendizaje no es lo bien o mal que un profesor pueda llegar a enseñar, sino la tarea que un estudiante realice. Tarea que, por otro lado, estará influenciada por sus intereses y motivaciones. Santos (2004) destaca: “Un aspecto importante en los programas de investigación en educación matemática, en las propuestas curriculares y en las prácticas de docencia, es el diseño o selección de problemas o actividades que promuevan el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes”.

Camacho y Santos (2004); Santos y Trigo (2004) aportan preguntas como:

¿Qué significa acabar la tarea o resolver un problema? ¿Cuándo el individuo asume que tiene un problema que resolver? ¿Cómo se desarrollan caminos o acontecimientos de resolución de problemas y como estos se refinan o robustecen?

La discusión de estas preguntas implica la identificación de las cualidades matemáticas (recursos, estrategias, conceptos y caminos de solución) que justifican la selección o consideración de una actividad o problema, este proceso demanda de los investigadores o profesores examinar rutas potenciales que pueden ayudar o guiar el proceso de construcción del pensamiento matemático de los estudiantes.

(Schoenfeld, 1992) afirma “El problema es entendido como una herramienta para pensar

Matemáticamente, ello requiere de la creación de ambientes de resolución de problemas en el aula".

Vila y Callejo (2004), citados por Ibarra Mercado (2006) destacan:

Los problemas son un medio para poner el énfasis en los alumnos, en sus procesos de pensamiento, una herramienta para formar sujetos con capacidad autónoma de resolver problemas, críticos y reflexivos, capaces de preguntarse por los hechos, sus interpretaciones y explicaciones, de tener sus propios criterios modificándolos si es preciso y de proponer soluciones. (p 32).

Polya (1945) destaca: "Es importante de que el estudiante o quien esté resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y evaluar el proceso".

Schoenfeld (1985) señala: "Que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, y cómo reaccionar ante situaciones de dificultad".

En una célebre conferencia el famoso matemático David Hilbert expresó: "Es por medio de la solución de problemas que se templa la fuerza del investigador, descubriendo nuevos métodos y nuevos enfoques y ganando un horizonte más vasto y más libre". En tal sentido se define problema como: "Toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo" (Campistrous y Rizo, 1996, p 9).

Polya en su libro "*How to solve it*", desarrolla una serie de estrategias importantes en la resolución de problemas, con lo cual potencia la construcción de una nueva metodología en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este libro, el autor propone los cuatro pasos básicos para resolver un problema, en cada uno de estos pasos, según Polya, el docente debe guiar a sus estudiantes con una serie de preguntas.

Primer paso: Etapa de comprensión, en esta etapa el docente debe proponer un problema con un nivel de dificultad adecuado, de modo que sea interesante para el estudiante.

Segundo paso: Concebir un plan, En la etapa de concebir un plan, el docente guía al estudiante hacia una estrategia para la solución del problema basada en experiencias anteriores y conocimientos previos.

Tercer paso: Ejecución del plan, en lo que respecta a la etapa de ejecución del plan, es el estudiante quien examina todos los detalles y analiza que los pasos realizados sean correctos.

Cuarto paso: Visión retrospectiva, en el cuarto paso, se lleva a cabo una visión retrospectiva de la solución con el objeto de verificar el resultado y el razonamiento seguidos, esto le permite al estudiante afianzar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver otros problemas.

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas pues nos ayuda entre otras cosas a aprender conceptos, propiedades y procedimientos, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas (Polya, 1945).

De acuerdo al concepto de resolución de problemas desde el carácter cualitativo y según el criterio que se adopte, los problemas puedes clasificarse de distinta maneras. Perales (2000), Según la tarea requerida para su resolución, los clasifica en "problemas cuantitativos, los que demandan determinaciones numéricas, empleando ecuaciones y algoritmos de resolución; problemas cualitativos, cuando requiere de razonamientos lógicos deductivos que llevan a una explicación científica de la situación".

Pozo y otros (1995) diferencian entre problemas cualitativos, como "problemas abiertos en los que se debe predecir o explicar un hecho, analizar situaciones cotidianas y científicas e interpretarlas a partir de los conocimientos personales y/o del marco conceptual que proporciona la ciencia" y problemas cuantitativos, aquellos en los que se traduce la información de un código a otro o a un lenguaje distinto por medio del uso de leguajes científicos como sistemas de representación del conocimiento (p.22).

> Los problemas cualitativos permiten al alumno hacer reflexionar sobre sus conocimientos, permitiendo la aplicación de los mismos al análisis de un fenómeno, los cuantitativos, entrenan al alumno en técnicas de trabajo cuantitativo que le ayudan a comprender los modelos científicos (Pozo y otros, 1995, p. 22).
>
> El análisis cualitativo del problema, permite hacerse una idea de la situación, identificar las variables intervinientes en el fenómeno y sus relaciones relevantes, clarificar el objetivo de la situación y diseñar estrategias de solución fundamentadas que permitan explicar los resultados a los que se arriban, evitando que el alumno busque afanosamente fórmulas adecuadas para vincular los datos presentados, buscando un resultado numérico sin algún significado relevante (Lucero y Poso, 2006).

4. Estado del arte

Es importante destacar algunas investigaciones realizadas por diferentes autores en cuanto a la solución de problemas verbales, y en especial ojala aquellas en donde se involucren los conceptos de función lineal. No necesariamente investigaciones que dentro de sus aportes presenten situaciones de resolución de problemas verbales directas que involucren estrictamente el concepto de función lineal y más aún que sean aplicados a programas de Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación Industrial y carreras afines, pero que sirvan como base o sustento teórico para la realización de este proyecto. Detallar algunos resultados y enfoques entorno al tema de resolución de problemas en cursos de básica primaria, secundaria y universidad, realizadas en investigaciones de diferentes autores, así como su respectivo análisis, serán un aporte importante en la realización de este trabajo. A continuación se presentan resúmenes de algunos trabajos e investigaciones realizadas en cuanto a la solución de problemas, por parte de diferentes autores.

Titulo:

El análisis cualitativo en la resolución de problemas de física y su influencia en el aprendizaje significativo.

Autores: Irene Lucero, Sonia Concari y Roberto Pozzo

Año: 2006.

Objetivo del trabajo:

Realizar una investigación en el área de la enseñanza de la física, referida a estrategias didácticas que favorezcan el aprendizaje significativo, con foco en la resolución de problemas desde punto de vista cualitativo.

El concepto de problema cualitativo considerado en la investigación es:

Aquella situación acotada o abierta, en la que los datos numéricos son mínimos o no existen. Aparece como un cuestionamiento que no explica en forma directa el orden de calcular el valor de alguna magnitud determinada del fenómeno en estudio, aunque a veces, sea necesario recurrir a algún cálculo, que luego de ser interpretado conceptualmente, de la solución al problema.

Metodología:

Adoptar un diseño experimental, el cual permite hacer un estudio comparativo entre un grupo en el que se aplicó la experiencia en forma de prueba piloto (grupo experimental, GE) y el grupo en el que se desarrollan los problemas en su forma habitual (grupo de control o testeo, GT).

El estudio se realizó en dos años consecutivos de un curso de Física II. En el primer año las clases de problemas fueron desarrollados con actividades habituales, con ejercicios y problemas tradicionales, y que generalmente, requieren de resoluciones numéricas sin mayores planteos cualitativos. En el siguiente año se trabajaron problemas con el enfoque cualitativo para el (GE).

La población la constituyen alumnos que cursan física II de dos años consecutivos. Los del segundo año conforman el (GE), donde se han trabajado todas las clases de problemas con el énfasis cualitativo.

Se armaron dos muestras equivalentes de 30 individuos, una, denominada muestra experimental (ME) y otra muestra testeo (MT). En la (ME) se trabajó en clase con los problemas cualitativos prioritariamente.

Para contrastar la hipotesis del trabajo, se midió el rendimiento académico de los estudiantes en los exámenes parciales de la materia. Tanto el (GE) como en el (GT), las actividades desarrolladas por los estudiantes, en cuanto a clases teóricas, de problemas y de laboratorio, fueron las mismas, dictadas en los mismos días y horarios y los mismos docentes a cargo, durante los dos años considerados para el estudio. La diferencia solo radico en el tipo de problemas utilizados, poniendo énfasis en los problemas cualitativos que eran trabajados en clase, dejando los de resolución puramente numérica como problemas complementarios.

Para el estudio se definieron cinco variables agrupadas en tres tipos: a) de conocimientos previos, b) vinculadas con las etapas de la resolución de un problema, c) de logros alcanzados.

La variable rendimiento o de logros alcanzados se midió a través de la calificación total obtenida en los 7 ítems de la prueba, que formaban parte del examen parcial. Dentro del puntaje del mismo, cada ítem, de estos 7, valía 5 puntos en caso de estar correctamente respondido. La suma de los puntajes de cada ítem da el puntaje de la prueba, que sirve de medida a la variable rendimiento. Esta variable puede así tomar valores de 0 a 35 puntos. Cabe aclarar que para la corrección se especificó claramente que debía contener la solución planteada para ir asignando el puntaje en cada ítem, según la solución presentada por el estudiante.

Análisis de los resultados:

La variables rendimiento es la que está ligada a la hipotesis del trabajo, por ello es importante ver cómo se comporta la misma en ambas muestras. De acuerdo al criterio de corrección la variable rendimiento pudo oscilar de 0 a 35 puntos y se encontró que en la

(MT) el máximo puntaje alcanzado es 30, mientras que en la (ME) es 33. Un solo alumno alcanza 30 puntos en la (MT) y en la (ME) 7 alumnos (23%) tienen puntaje mayor o igual a 30. En la (MT), 2 alumnos tienen puntaje cero, mientras que el (ME) ninguno. Un solo alumno tiene puntaje 2 en la (ME) y es el valor mínimo obtenido.

Dado que para aprobar el examen parcial deben tener puntaje mayor o igual al 60 % del valor máximo, se convino agrupar a los alumnos tomando en consideración este criterio (bueno > 21 y malo < 21) para tener presente que porcentaje de la muestra correspondería a alumnos en condiciones de aprobar el parcial. Los resultados se pueden ver en el siguiente gráfico:

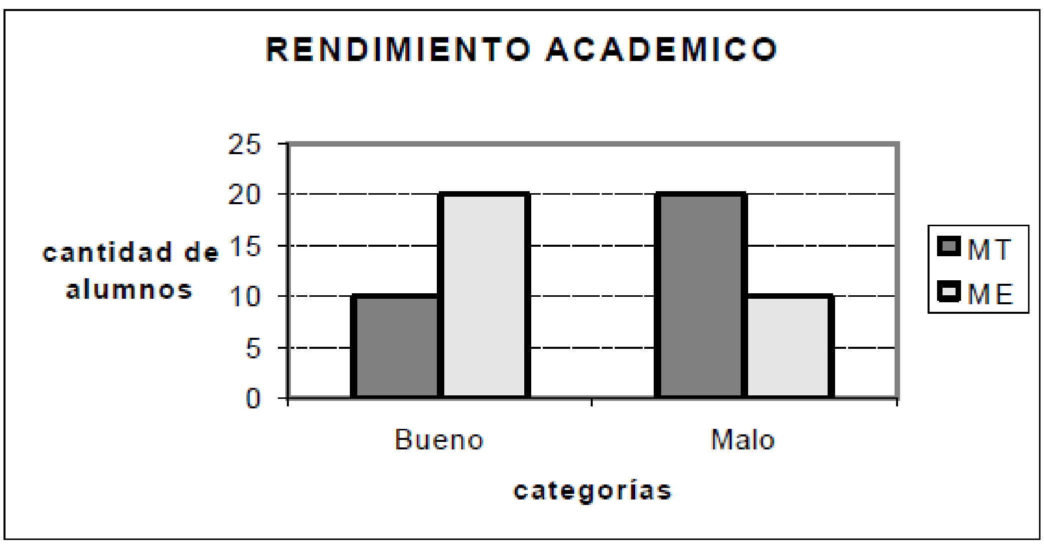


Figura 3. Rendimiento académico de los alumnos en la Muestra Experimental y la Muestra de Testeo.

Fuente: Documento de investigación, Análisis cualitativo en la resolución de problemas de física y su influencia en el aprendizaje significativo. (Lucero y Poso, 2006)

De la gráfica se puede ver que en la (ME) se obtuvo el doble de alumnos con rendimiento bueno que en la (MT). Lo que indica mejores logros en el aprendizaje significativo en la (ME).

Por otra parte se calcularon los parámetros descriptivos simples de las tres variables referidas a las etapas de resolución de un problema y en cada una de ellas se encontró que para la (ME) la medida fue mayor y la desviación estándar menor que en la (MT). Lo que concluye también que los estudiantes de la (ME) realizan de mejor manera la identificación de magnitudes involucradas en el fenómeno, la solución de la situación planteada y la fundamentación a la luz de los conceptos teóricos necesarios.

Conclusiones:

Se pretendió evaluar los logros alcanzados por los estudiantes en el examen parcial a través de la resolución de situaciones problemáticas desde el punto de vista cualitativo. De acuerdo a los resultados obtenidos, la hipotesis del trabajo fue convalidad dado que se obtuvo en la (ME) mejor rendimiento académico que en la (MT). En la (ME) resulto exactamente el doble de alumnos que los de la (MT), los que obtienen un puntaje mayor o igual al 60% del valor máximo posible de alcanzar, el cual es considerado como rendimiento bueno. Lo que muestra que las etapas de resolución del problema desde el carácter cualitativo, son abordadas correctamente, en mayor medida, por los estudiantes de la ME. (Lucero y Poso, 2006).

Si bien, este trabajo muy focalizado, permite afirmar que, en el contexto trabajado, el uso de los problemas cualitativos, es una estrategia eficaz en la enseñanza de la física, y es muy pertinente para tenerlo en cuenta en la enseñanza de estrategias de solución de problemas que involucren el concepto de función lineal, tenidos en cuenta en este trabajo, considerando la solución desde el punto de vista cualitativo, lo cual contribuye significativamente a un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Titulo:

Estrategias de enseñanza de resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos.

Autores:

Yenny Pérez, Raquel Ramírez

Año: 2011

Objetivo:

Analizar los fundamentos teóricos y metodológicos tanto de la resolución de problemas matemáticos como de las estrategias para su enseñanza.

Metodología utilizada:

El estudio se apoya en la revisión de fuentes bibliográficas y hemerograficas (desde la década de los ochenta) relacionadas con el tema en referencia, a partir de las cuales se realizó un análisis cualitativo de la informacion con la finalidad de identificar las estrategias de enseñanza propuestas por diversos autores para la resolución de problemas matemáticos, sus fundamentos teóricos y metodológicos (conceptualización del termino problema, características, etapas de resolución, taxonomías, estrategias de resolución y aspectos a tomar en cuenta en la enseñanza de dichas estrategias). La investigación aporta para la formación y actualización de los docentes de educación primaria en el área de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

Hallazgos obtenidos:

Diferentes acepciones referentes al término problema, son presentados por diferentes autores, y lo definen, entre ellos:

Nieto (citado por Beyer, 2000) "problema" como una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada.

Para Kilpartrick (citado por Bayer, 2000) "problema" es una definición en la que se debe alcanzar una meta, pero en la cual está bloqueada la ruta directa.

Vega Méndez (1992 define una situación – problema como "aquella que exige que el que la resuelva comprometa en una forma intensa su actividad cognoscitiva. Es decir, que se emplee a fondo, desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento y elaboración de hipotesis, entre otras" (p. 15).

De igual forma el autor sostiene que una misma situación puede representar o no un problema para diversos estudiantes. Por tanto, el docente debe procurar plantear situaciones que sean capaces de provocar y activar el trabajo mental del alumno, y no limitarse a usar enunciados de problemas rutinarios que los alumnos resuelven en forma mecánica, sin ningún esfuerzo cognoscitivo, pues estas situaciones en realidad no constituyen verdaderos problemas.

Teniendo presente las acepciones de los diferentes autores acerca de lo que significa realmente un problema matemático y su importancia para el desarrollo de habilidades cognoscitivas en los estudiantes, se pretende que forme parte del currículo básico, como una estrategia fundamental para el aprendizaje de la matemática, ya que casi siempre la actividad alrededor de los objetivos del currículo de la primera etapa de la escuela básica, gira en torno a ejercicios de rutina, las cuales no tienen las verdaderas características de problemas, y cuando un docente considera tener un verdadero problema, el trabajo que realiza sigue mediatizado por el estilo expositivo tradicional y como consecuencia de ello la actividad pierde su esencia. De aquí que la enseñanza de resolución de problemas en la educación primaria se considera rutinaria ya que se asignan ejercicios más que problemas donde el estudiante los resuelve en forma mecánica. En otros casos, cuando se trabaja con situaciones problemáticas, como señala Baroody (1994), las mismas son extraídas de los libros en forma descontextualizada, y por tanto alejadas de cualquier significado para los alumnos.

Por tal motivo, se hace importante que los docentes asuman una enseñanza de la matemática orientada hacia la resolución de problemas, en donde el alumno pueda realizar suposiciones e inferencias, se les permita discutir sus conjeturas, argumentar y por supuesto, equivocase. De manera tal que los problemas no sean un aditamento sin el núcleo de la actividad de clase (Beyer, 2000).

Dentro de las etapas para la resolución de problemas, diversos investigadores han afirmado que la resolución de problemas, en si misma se refiere a un proceso que se desarrolla en varia etapas, en este sentido, se identifican varias propuestas de los autores con relación a ellas:

Wallas (Citado por Poggioli, 1999) sostiene que para resolver un problema se debe pasar por las siguientes fases:

1. La preparación, que permite al solucionador analizar el problema y buscar informacion al respecto para tratar de definirlo

2. La incubación, donde el solucionador analiza el problema de manera inconsciente.
3. La inspiración que permite al solucionador vislumbrar la solución de manera inesperada.
4. La verificación, donde el solucionador revisa la solución encontrada.

En este orden de ideas, los trabaos desarrollados por André y Hayes (citado por Poggioli, 1999), permiten plantear las siguientes etapas en la resolución de un problema y que ayudan al solucionador a acercarse a la solución:

a. Identificación de los datos y la meta del problema.
b. Especificación del problema donde se describe de forma más precisa el problema.
c. Análisis del problema para identificar la informacion relevante.
d. Generación de la solución, considerando diferentes alternativas.
e. Revisión de la solución, para evaluar su factibilidad.
f. Selección de la solución factible.
g. Ejecución de la solución seleccionada.
h. Nueva revisión de la solución, en caso de ser necesario.

Por otra parte, Polya (1984) establece que un problema puede resolverse si se siguen los siguientes pasos:

- Comprender el problema: Se refiere al momento donde lo primero que el estudiante debe hacer es comprender el problema, es decir, entender lo que se pide. El docente debe cerciorarse si el estudiante comprende el enunciado verbal del problema, con lo cual es conveniente formularse preguntas acerca del problema, así, el estudiante podrá diferenciar cual es la incógnita que debe resolver, cuales son los datos y cuál es la condición. Si en el problema se suministran datos sobre figuras, se recomienda que el alumno dibuje o represente y destaque en ella la incógnita y los datos.

- Concepción de un plan: Según Polya "Tenemos un plan, cuando sabemos al menos a groso modo, que cálculos, que razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita (Polya, 1984, p.30). De acuerdo con Polya, una vez que el estudiante ha comprendido el problema debe pasar a la segunda fase, es decir, debe concebir un plan de resolución, sin embargo entre estas dos fases el camino puede ser largo y difícil, lo cual depende de los conocimientos previos y de la experiencia que posea el individuo. Cuando el docente trabaja esta estrategia con sus estudiantes debe ayudarlos a concebir un plan a través de preguntas y sugerencias para que el alumno vaya formando alguna idea que poco a poco puede ir tomando forma hasta lograr completar el plan que le llevara a la solución del mismo.
- Ejecución del plan: aquí el estudiante deberá aplicar el plan que ha concebido, para ello hace falta que emplee los conocimientos ya adquiridos, haga uso de habilidades del pensamiento y de la concentración sobre el problema a resolver (Polya, 1984, p.33).
- Examinar la solución obtenida (Visión retrospectiva): Es momento donde el estudiante reexamina el plan que concibió, la solución y su resultado, lo cual le permitirá consolidar sus conocimientos y mejorar su comprensión de la solución a la cual llego. Se debe de aprovechar este paso para que el estudiante constate la relación de la situación resuelta con otras que pudieran requerir un razonamiento más o menos similar, con el fin de facilitarle la transferencia a otros problemas similares. (Pérez, Ramírez 2011).

Algunas conclusiones:

La resolución de problemas se hace importante en la enseñanza de la matemática, sin embargo, es sabido que con frecuencia los docentes trabajan con sus estudiantes ejercicios rutinarios y mecánicos que distan mucho de estimular los procesos cognoscitivos necesarios entre los estudiantes.

Se hace necesario que los docentes conozcan lo que representa realmente un problema, las taxonomías que existen al respecto, sus características, etapas de resolución y las estrategias para su enseñanza, de manera que puedan crear enunciados creativos, originales y variados de tal manera que constituyan un reto para sus estudiantes e impliquen un esfuerzo cognoscitivo al resolverlos. (Pérez, Ramírez 2011).

Analizar las diferentes acepciones del termino problema dadas por diferentes autores antes citados, representan un punto de partida importante en el análisis de estrategias para la solución de problemas verbales. Tener un acercamiento acerca de lo que la palabra “problema” significa en el contexto de la enseñanza de la matemática enfocada en la resolución de problemas, nos brinda la posibilidad de pensar en etapas, estrategias y métodos apoyadas en las ideas propuestas por autores como Polya, Schoenfeld, Hayes, Poggiolio, citadas en este trabajo, para hacer un análisis más significativo y claro de la cuestión, el cual se pueda usar y relacionar en este proyecto de grado y que permita a los estudiantes de primeros semestres de los programas de tecnología en Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación industrial y afines de la UNIAJC, conocer nuevas ideas, pasos, métodos, estrategias o heurísticas para que desarrollen y afiancen sus destrezas en la solución de problemas verbales que involucran el concepto de función lineal en problemas contextualizados en la materia de su interés.

Titulo:

Propuesta Metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos.

Autor:

Dora Ligia Bueno Becerra.

Año: 2012

Objetivo:

Diseñar e implementar una experiencia pedagógica que favorezca el desarrollo de habilidades para resolver problemas de matemáticas en estudiantes de quinto grado, basada en los pasos de Polya para la solución de los mismos.

Metodología utilizada:

Dentro de la metodología propuesta por la autora, se encuentra la realización de un diagnostico con el fin de determinar el estado de formación de las habilidades lógicas y potencialidades de los estudiantes, para enfrentarse a la solución de problemas. Se espera que los hallazgos encontrados a partir del diagnóstico ayuden a incrementar la capacidad de análisis y comprensión de los mismos. La comparación de los resultados es realizada con un grupo de quinto grado, lo cual llevara a tomar decisiones sobre como intervenir en dicho análisis para mejorarla, y de este modo aportar elementos para la realización de una adecuada estructuración y planificación del proceso de la práctica docente.

Los instrumentos del diagnóstico son cuestionarios dirigidos a los alumnos, conformados por cuatro ítems con preguntas abiertas, ejercicio y problemas que deberán solucionar, ejemplos:

Instrumento No. 1. Cuestionario dirigido a los alumnos.

Pregunta No. 1:

¿Lees detenidamente los ejercicios y problemas planteados antes de resolverlos?

Pregunta No. 2:

¿Tienes en cuenta los datos que se te dan para la solución de los mismos?

Pregunta No. 3:

Solucionar los siguientes problemas:

Un libro de matemáticas cuesta $ 52500, ¿Cuánto cuestan tres docenas de libros?

En la construcción de un muro se gastan 350 ladrillos y 120 bloques. Si el precio de cada ladrillo es de $ 1500 y el de cada bloque es de $ 1200. La inversión en ladrillos fue de $_____ y en bloques de $______; en total se invirtió $______en ladrillos y bloques.

Pregunta No. 4:

Soluciona los siguientes ejercicios

a. _______+ 26 = 72

b. 39 + _______=123

c. 67 - _______ = 45

Instrumento No. 2. Entrevista realizada al docente del aula.

El instrumento consta de cinco interrogantes abiertos, en donde el docente establece sus criterios en relación al trabajo.

Preguntas:

1. ¿Planifica los contenidos en donde los alumnos utilicen la compresión de textos?
2. ¿Considera que la lectura en el aula promueve la comprensión lectora?
3. ¿Por qué cree que los alumnos no les gusta leer los problemas antes de resolverlos?
4. ¿Cuáles considera usted que son los medios más factibles para fortalecer en los estudiantes la comprensión lectora?
5. ¿Maneja la lúdica para el desarrollo de las clases de matemáticas?

Análisis del diagnostico

A continuación de muestra el análisis de los resultados del diagnóstico aplicado a los estudiantes.

En la pregunta uno:

¿Lees detenidamente los ejercicios y problemas planteados antes de resolverlos?

Se observó que el 91% de los estudiantes respondieron que sí y el 9% dijeron que no, y para comprobar la veracidad de la informacion, se les presentaron a los estudiantes tres problemas para que los leyeran y luego se hicieron preguntas sobre los datos que ofrecía cada uno de los mismos, comprobándose que la mayoría de los estudiantes no tenían claras sus respuestas y admitieron que no los habían leído detenidamente.

En la segunda pregunta:

¿Tienes en cuenta los datos que se te dan para la solución de los mismos?

Al igual que en la pregunta anterior, la mayoría omite datos importantes que no les permiten dar una solución correcta.

En la tercera pregunta:

Como se aprecia en la gráfica siguiente, la hipotesis sobre la no comprensión de la lectura de los problemas se evidencia en más de la mitad de los estudiantes.

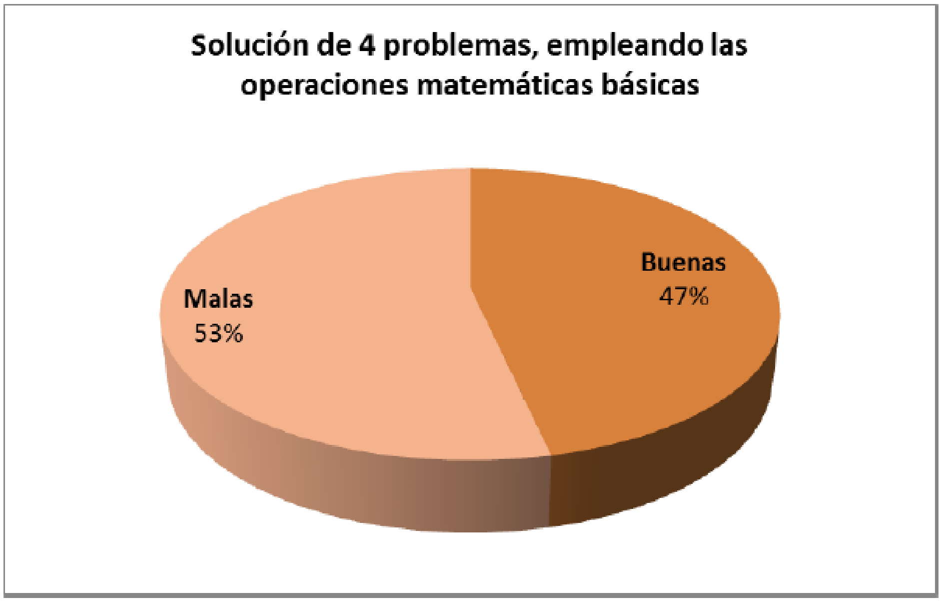


Figura 4. Resultados de los estudiantes frente a los problemas planteados en la tercera pregunta.

Fuente: Proyecto de grado: Propuesta Metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos. (Bueno, 2012).

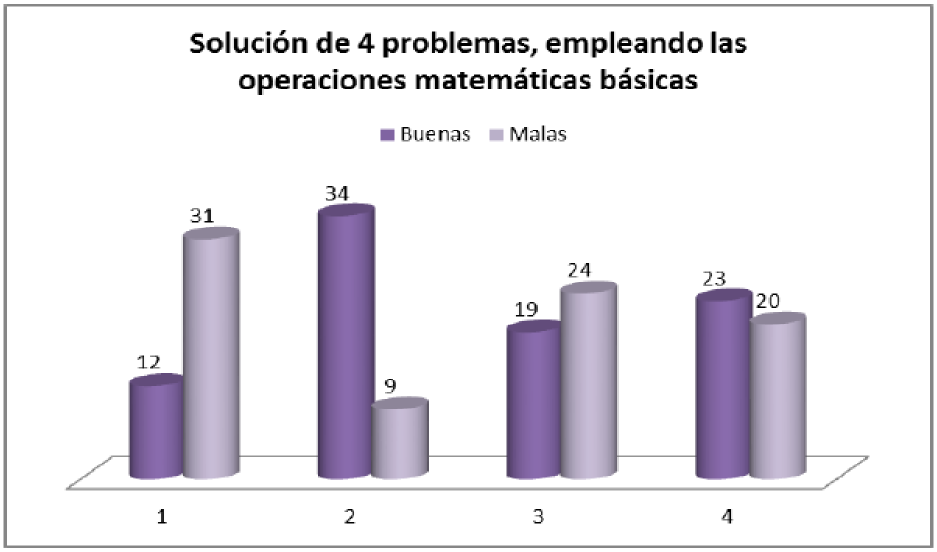


Figura 5. Resultados de los estudiantes frente a los problemas planteados en la tercera pregunta.

Fuente: Proyecto de grado: Propuesta Metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos. (Bueno, 2012).

En la cuarta pregunta:

Se evidencio también poco análisis para solucionar los ejercicios, los estudiantes no se detuvieron a pensar sobre cómo resolverlos, solo colocaron el resultado que creyeron correcto.

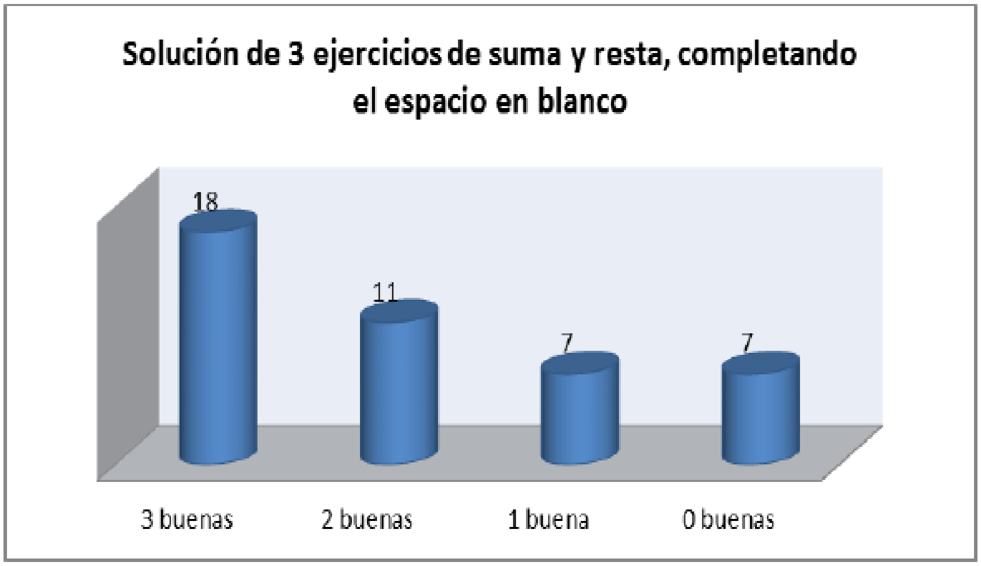


Figura 6. Resultados de los estudiantes frente a los problemas planteados en la cuarta pregunta

Fuente: Proyecto de grado: Propuesta Metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos. (Bueno, 2012).

.

Conclusiones del diagnóstico aplicado:

Las conclusiones más importantes tras elaborar el diagnostico a los estudiantes son:

1. De los resultados obtenidos en la prueba 1 hay contraposición en las respuestas, debido a que se esperaba que respondieran no y sucedió lo contrario, lo cual no corresponde con los resultados reales encontrados.
2. Se evidencia de acuerdo con los resultados expuestos que los estudiantes tienen dificultades en el avance de su pensamiento numérico, y más en la resolución de problemas, lo que dificulta el desarrollo de las competencias básicas.

3. La aplicación del diagnóstico permitió valorar las posibilidades de implementación de la práctica para ensenar a los estudiantes las estrategias para resolver problemas mediante los pasos de Polya.
4. Las respuestas dadas por el docente titular del grupo, sirvieron como soporte para la implementación de la práctica.

En cuanto a las estrategias utilizadas y de acuerdo a los hallazgos encontrados en los instrumentos diagnósticos, para mejorarlas habilidades en la resolución de problemas por parte de los alumnos, se implementó una serie de problemas, en donde se tendrá en cuenta para su proceso de resolución los cuatro pasos de George Polya aplicados de una manera sencilla, dichos pasos son:

1. Comprender el problema
2. Elaboración de un plan
3. Ejecución del plan
4. Comprobación.

En la comprensión del problema es necesario leer el enunciado varias veces, analizarlo, entenderlo y aclarar las dudas, teniendo en cuenta la informacion que se da (identificación de los datos); lo que se pide (la pregunta) y la informacion que falta (la incógnita), para proceder a elaborar el plan con su correspondiente ejecución. Para la elaboración del plan se seleccionaran los datos necesarios y las operaciones a realizar (número de operaciones, tipo de operaciones y orden de realización de las mismas). Se calculara mentalmente el resultado aproximado, se efectuaran ejercicios ensayo – error y luego se hará el siguiente derrotero:

Los datos que se necesitan para solucionar el problema son.

Para resolver el problema se deben realizar las siguientes operaciones.

Para contestar la pregunta hay que analizar los resultados posibles.

Analizar otras posibles soluciones.

Para la ejecución del plan se deben realizar las operaciones necesarias, comprobar si los procedimientos son correctos y si el resultado obtenido es coherente con lo que se pregunta.

Por ultimo analizar el resultado obtenido para asegurarse que se viable y que da respuesta a la pregunta formulada; elaborar la respuesta que satisfaga la pregunta.

A continuación se presenta parte de la actividad desarrollada con los estudiantes, con el fin de aplicar las estrategias de Polya antes mencionada, en las siguientes situaciones problemas, en las cuales se explican dos de los problemas, haciendo las preguntas para la compresión del enunciado e induciendo a los estudiantes a encontrar la respuesta. Los otros los solucionaron los estudiantes con la orientación del docente.

1. Unos montanistas están preparando una expedición, a la que llevaran nueve frascos de pastillas para el agua. Cada frasco tiene 20 pastillas y cada una sirve para potabilizar 10 litros de agua. Si planean consumir 24 litros de agua al día, ¿Cuántas pastillas les quedaran al cabo de 30 días?
2. Un tren viaja de Santiago a Temuco con 6 carros además de la máquina. Tres de los carros llevan 28 pasajeros cada uno, otro lleva 15 pasajeros y los dos restantes transportan a 36 pasajeros cada uno. En la ciudad de Talca suben 8 personas más, y todos siguen el viaje sin detenerse hasta la ciudad de destino. teniendo en cuenta que

el valor del pasaje de Santiago a Temuco es de $ 19.890 y de Talca a Temuco es de $ 12.345, responde realizado las operaciones que correspondan:

¿Cuántos pasajeros viajan de Santiago a Temuco?

¿Cuántos pasajeros traslada el tren en su recorrido?

¿Cuánto recauda la empresa de ferrocarriles en ese viaje?

3. En un almacén de cadena, una madre le compra a su hijo un pantalón cuyo costo es de $ 54.000, una camiseta que tiene un valor de $ 39.000 y unas medias por $ 8.500. si cancela con un cheque de $ 250.000.

¿Cuánto dinero le devuelven?

¿Cuánto pago por sus compras?

Si lo de la sobra gastan $ 8.300 en helados, ¿Cuánto dinero le queda en la cartera?

4. Un viajero va a Manizales cada 18 días, otro va a Manizales cada 15 días y un tercero va a Manizales cada 18 días. Hoy día 10 de enero han coincidido en la ciudad los tres viajeros. ¿Dentro de cuantos días como mínimo volverán a coincidir en Manizales?
5. María y Jorge tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola.

   ¿Cuántos collares iguales pueden hacer?

   ¿Qué número de bolas de cada color tendrá cada collar?

Conclusiones y hallazgos obtenidos:

Al hacer la revisión de los resultados obtenidos se obtuvieron los siguientes hallazgos y conclusiones:

1. Los estudiantes disfrutan de los ejercicios de lógica y se esfuerzan para resolverlos.

2. Se evidencio el trabajo cooperativo, ya que los estudiantes que terminaban primero, daban orientaciones a sus compañeros para que desarrollaran los problemas.
3. Los resultados del trabajo fueron satisfactorios, puesto que la mayoría de los problemas se resolvieron correctamente. (Bueno, 2006).

Se puede ver en este trabajo que dentro de las actividades propuestas para estudiantes de quinto grado de primaria, se hace importante enfatizar en la comprensión lectora desde los primeros años, como actividad inicial para mejorar el análisis y la comprensión de problemas verbales propuestos. Se pudo observar también que el uso de las estrategias de Polya y sus cuatro pasos para resolver problemas resultan satisfactorio a un en cursos inferiores, lo que facilito que los estudiantes pudieran desempeñarse mejor a la hora de dar solución a los problemas planteados en cada una de sus actividades. En el análisis de este trabajo se pudo ver como los pasos desarrollados por George Polya son una herramienta importante para desarrollar habilidades en la solución de problemas, lo cual motiva la utilización y aplicación de sus heurísticas en la solución de los problemas verbales que involucran el concepto de función lineal aplicados a carreras de Tecnología en Electrónica y afines propuestos en este trabajo.

5. Verificación del nivel de comprensión, conocimientos previos y habilidades relacionados con el concepto de función lineal con el que ingresan los estudiantes al curso de matemática I del programa de Tecnología en Electrónica de la UNIAJC.

Para determinar el nivel de comprensión y conocimientos previos con el que ingresan los estudiantes relacionados con el concepto de función lineal, en primera instancia se plantearon los siguientes problemas verbales en lo que se llamara la primera prueba piloto (ver anexo 1). Con el análisis de las respuestas obtenidas, haciendo énfasis en primera instancia solo en la pregunta uno, se buscó determinar en qué nivel de aprendizaje estaban de acuerdo a los 5 niveles de la taxonomía SOLO de Jhon Biggs, Preestructural, Uniestructural, Multiestructural, Relacional o Abstracto ampliado.

Los estudiantes que fueron participes de esta primera prueba piloto fueron los que integraron el grupo 104 de carreras como Tecnología en Electrónica, Instrumentación Industrial y Mecatrónica. El número de estudiantes que presentaron la prueba fue 30 y la distribución de los estudiantes de acuerdo a su género, edad y tiempo sin estudiar matemáticas es el siguiente:

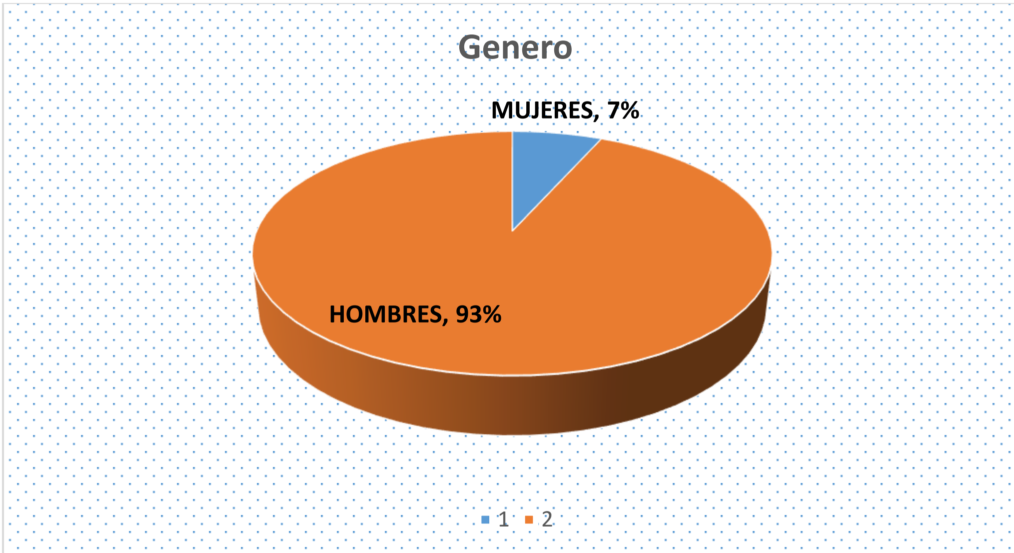


Figura 7. Distribución de los estudiantes del grupo104, según el género.

Como se puede observar en la figura 7 en su mayoría los estudiantes son hombres, lo que es común en cursos de Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación y a fines.

En la figura 8. Se puede ver que las edades oscilan entre 17 y 46 años.

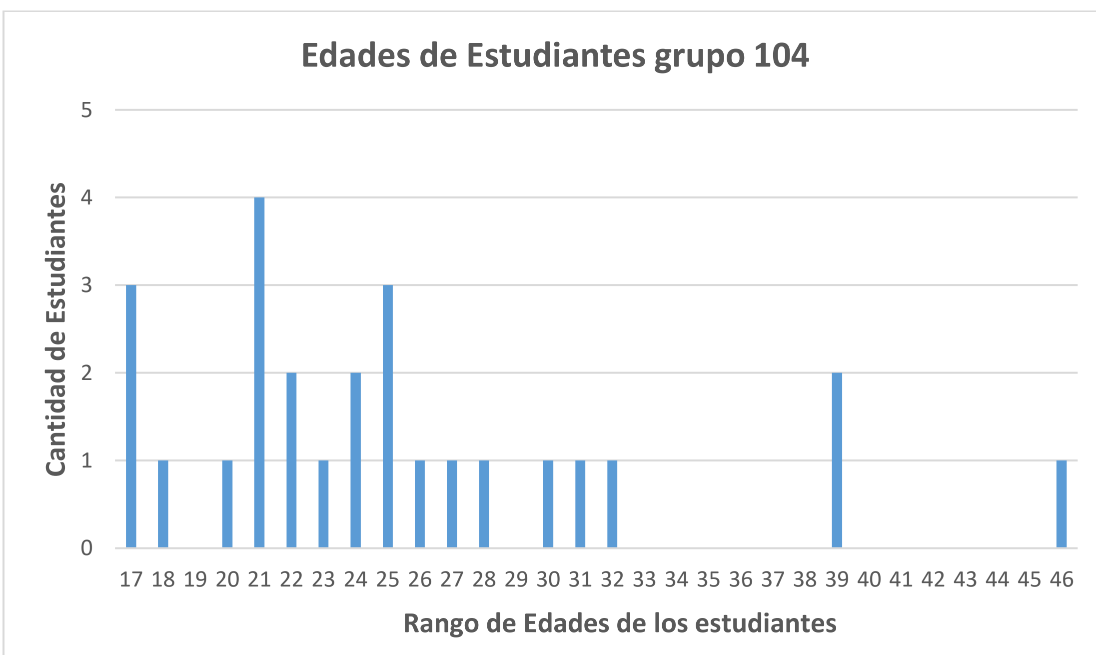


Figura 8. Distribución de los estudiantes del grupo 104, según la edad.

Como se puede observar en la figura 9. El tiempo que llevan los estudiantes sin estudiar matemáticas va de 1 a 18 años, lo que genera mayor dificultad para la solución de problemas verbales y es un factor importante para tener en cuenta cuando se determine en qué nivel de comprensión de acuerdo a la Taxonomía SOLO se encuentra el estudiante que ingresa a la UNIAJC a recibir un curso de Matemáticas I.

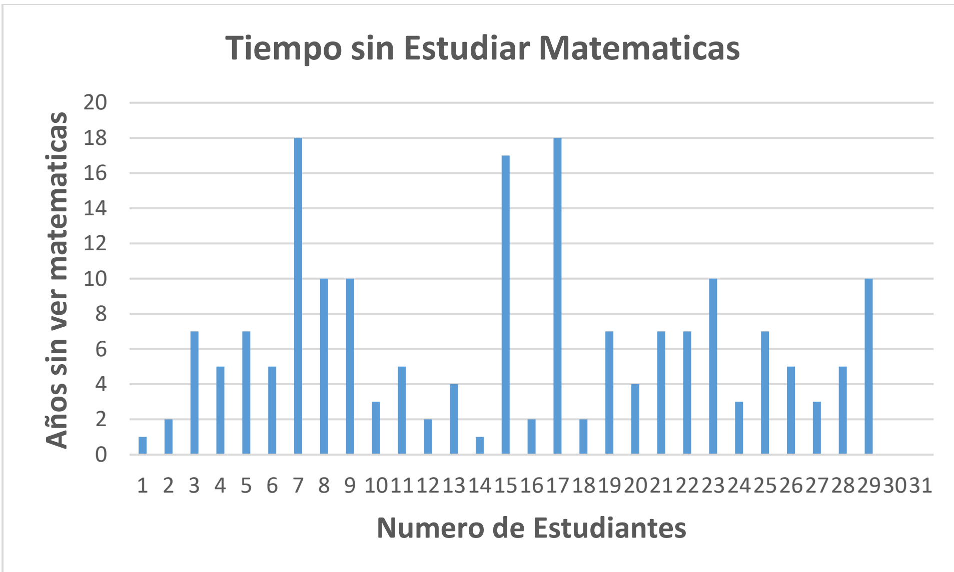


Figura 9. Distribución de los estudiantes del grupo 104, según el tiempo sin ver Matemáticas.

Ante el problema 1:

Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 US por la visita, más 20 US por cada hora de trabajo.

y sus puntos:

(a) Escribir la ecuación de recta que da el dinero que se debe pagar en total (Y), en función del tiempo (X) que esté trabajando.

(b) Representar gráficamente

(c) Responder a la pregunta ¿ cuánto se tendría que pagar si hubiese estado 4 horas?.

Los estudiantes en su mayoría lograron obtener la ecuación de la línea recta, incluso algunos pudieron dibujar la gráfica, pero muchos no tienen la idea clara de cuál es la variable dependiente e independiente en dicha gráfica, y más aún si utilizan una variable, en algunos casos, no la colocan en el eje que corresponde, pero a pesar de ello algunos logran con la ecuación hallada obtener el valor a pagar por las cuatro horas.

De acuerdo al resultado obtenido en este primer problema, podemos ubicar a la mayoría de los estudiantes del grupo en el nivel dos Uniestructural de la Taxonomía SOLO, en donde los estudiantes tuvieron la destreza en identificar el problema planteado, siguieron un procedimiento pero solo se centraron en aspectos sencillos, aunque pudieron llegar a obtener la respuesta.

A continuación se muestran algunas respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta 1 parte a).

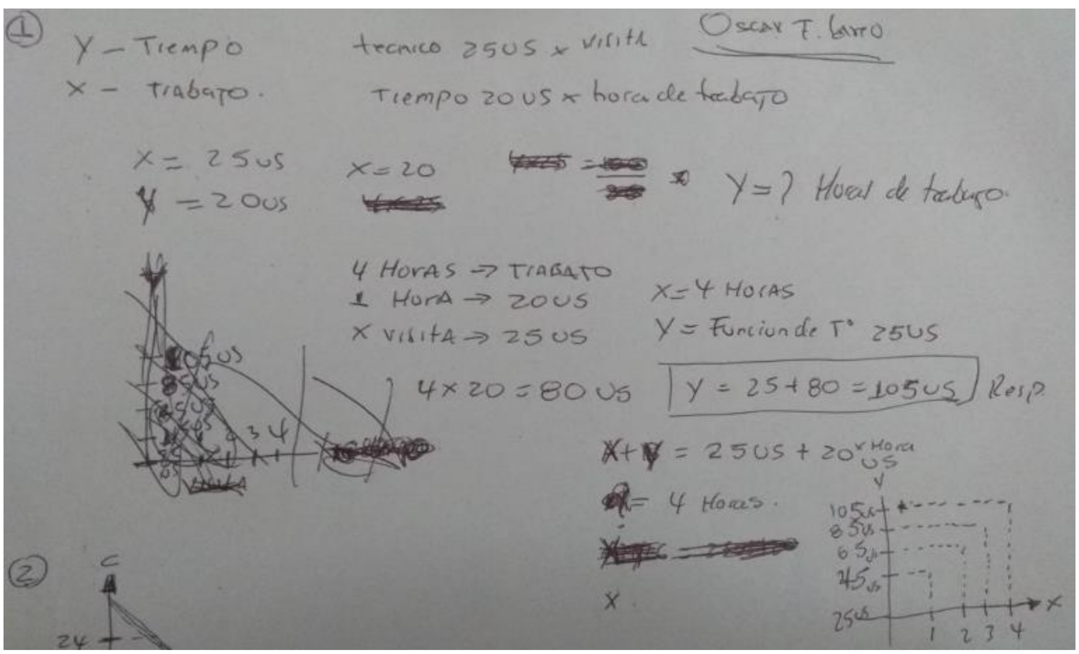


Figura 10. Respuesta al problema 1 de la prueba piloto dada por un estudiante del grupo 104.

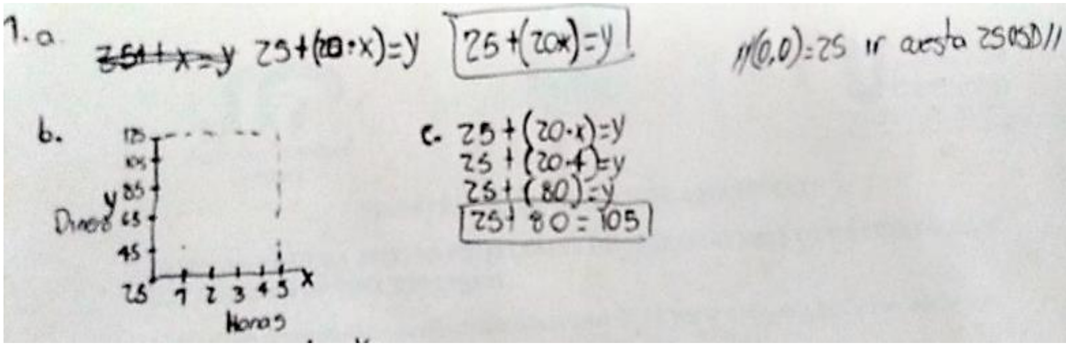


Figura 11. Respuesta al problema 1 de la prueba piloto dada por un estudiante del grupo 104.

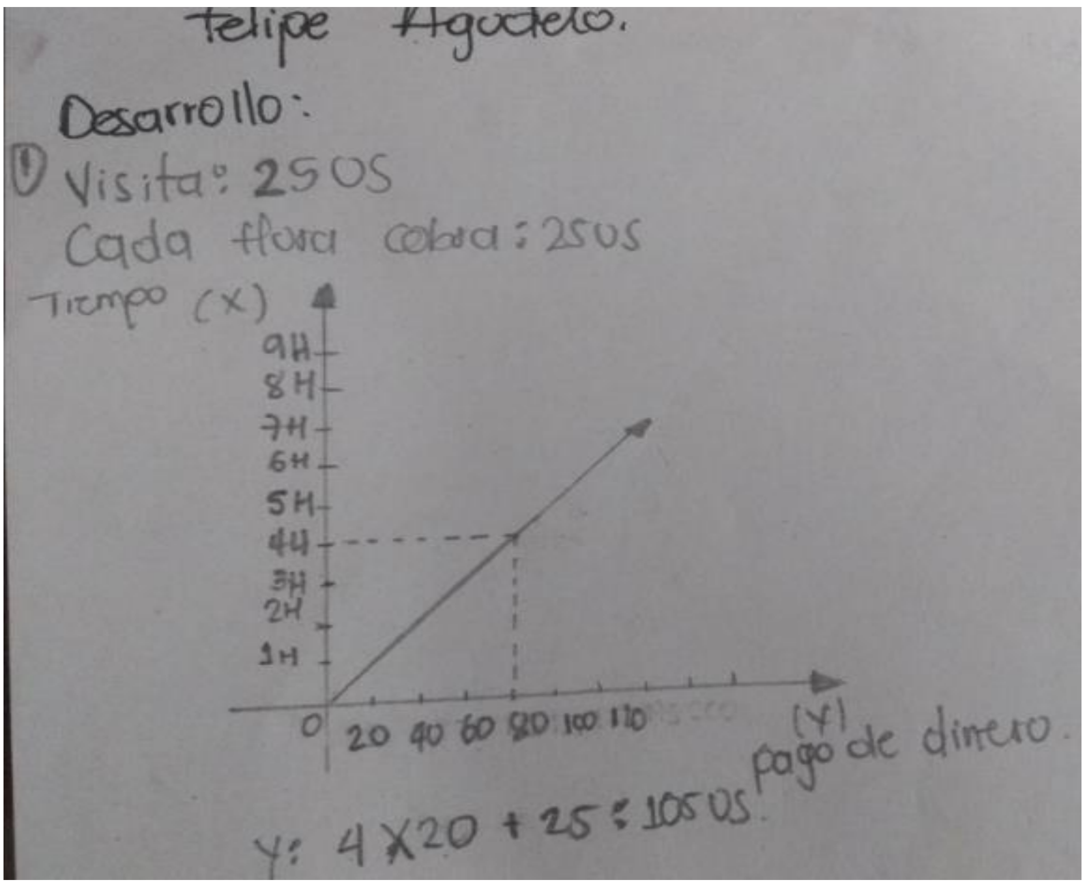


Figura 12. Respuesta al problema 1 de la prueba piloto dada por un estudiante del grupo 104.

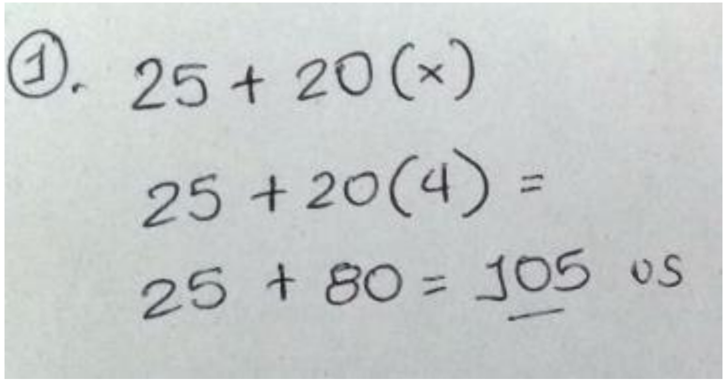


Figura 13. Respuesta al problema 1 de la prueba piloto dada por un estudiante del grupo 104.

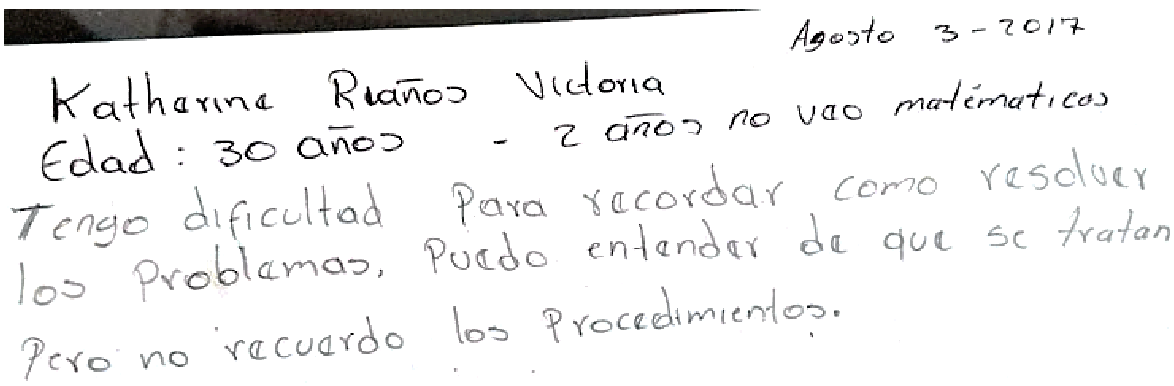


Figura 14. Respuesta al problema 1 de la prueba piloto dada por un estudiante del grupo 104.

6. Análisis de estrategias metodológicas conocidas que facilitan la comprensión y solución de problemas matemáticos.

6.1 Estrategias para la solución de problemas según los pasos de Polya.

Es importante que el docente que está motivado por ensenar a solucionar problemas verbales desde su propia aula, ayude a sus alumnos a que se interesen en hacerlo, tarea que no es fácil, pues requiere práctica, tiempo, dedicación y buenos principios. El docente debe procurar que el estudiante adquiera en su trabajo personal e independiente una amplia y significativa experiencia que lo ayude no sólo para aclarar las inquietudes que pregunta, sino también a dar interpretación y solución a cualquier problema que se le presente. Polya (1965) afirma "si al estudiante se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna, puede que no progrese, por otra parte si el maestro le ayuda demasiado, nada le deja al alumno" (p.25). Para la solución de problemas Polya sugiere que se deben de distinguir 4 fases:

Primero se debe de **comprender el problema**, es decir, ver y analizar claramente lo que se pide. Segundo, **pensar en un plan**, para esto se debe de captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. **Tercero poner en ejecución el plan**. Cuarto, **volver hacia atrás** una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla (Polya, 1965, p.28).

6.2 Estrategias para la solución de problemas según el modelo de Schoenfeld.

En cuanto a los métodos para la solución de problemas, Schoenfeld encontró que existen cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

Los recursos: Son una serie de aspectos que la persona que resuelve problemas debe tener, hace referencia a los conocimiento previos que posee el individuo, conceptos, formulas, algoritmos. El profesor debe de tener claridad cuáles son las herramientas que cuenta el sujeto que aprende, en general toda noción básica necesaria para enfrentarse a un determinado problema. También cita algo que él llama "inventario de recursos" en donde el profesor debe conocer que sabe y como el estudiante accede a los conceptos que tiene, el estudiante puede tener una serie de conocimientos y no puede acceder a ellos de ninguna manera (Schoenfeld, 1985). Otro aspecto relacionado con la resolución de problemas en donde las respuestas se dan de manera casi automática es lo que Schoenfeld llama “las circunstancias estereotípicas” o procedimientos rutinarios, que provocan respuestas estereotípicas. Por ejemplo si a alguien le ponen a resolver un problema en donde se requiera hallar un punto máximo, entonces quien lo intenta resolver diría: aquí tengo que encontrar una función, y de alguna manera derivarla y analizar dicho punto. Lo que sería una respuesta estereotípica ante un problema de máximos. Schoenfeld (como se citó en Santos, 1996) ubica este tipo de procedimiento a un nivel táctico y lo separa de las habilidades a nivel estratégico, de esta manera, cuando el estudiante resuelve mediante un procedimiento rutinario, generalmente no incluye decisiones estratégicas. Otro aspecto con la resolución de problemas es lo que Schoenfeld destaca en cuanto a los “Errores consistentes o recursos defectuosos”, y son variedad de recursos que puede tener el estudiante, pero algunos pueden ser defectuosos. Como ejemplo de esto son los procedimientos o formulas mal aprendidos y que cree se usan en alguna situación, pero no necesariamente es así.

Es importante también tener en cuenta que cuando el profesor pone un problema y lo considera para él fácil, es debido a la experiencia que él tiene para solucionarlo, y en esta medida se pierde la dificultad, que incluso para él pudo haber existido en algún tiempo atrás. Hay que tener claro que lo que es fácil para unos, puede no serlo para otros (Schoenfeld, 1985). Otro aspecto importante es que cuando un estudiante comete un gran número de errores en procedimientos simples, puede ser el resultado de un mal aprendizaje, lo cual se relaciona con la forma en que el estudiante accede y tiene estructurada la información. Por ejemplo, el alumno tiende a extrapolar propiedades como la linealidad en situaciones como, dado que: $(a+b)/c = a/c + b/c$ y $(a\,b)^n = a^n b^n$, entones ¿por qué $\sqrt{a+b}$ no es igual a $\sqrt{a} + \sqrt{b}$?

Tabla 1. Algunos errores comunes de los estudiantes en álgebra.

Procedimientos correctos	**Procedimientos incorrectos**
a(b+c) = ab+bc	$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
a(b-c) = ab-bc	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$
$\frac{1}{2}(b+c) = \frac{1}{2}\, b + \frac{1}{2}\, c$ o $\frac{b+c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$	$a(bc) = ab\ ac$
$(ab)^2 = a^2\, b^2$ más general $(ab)^n = a^n\, b^n$	$\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ más general $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}$	$2^{a+b} = 2^a + 2^b$
	$2^{ab} = 2^a 2^b$

Nota. La Tabla 1 Ilustra algunos errores comunes de los estudiantes.
Fuente: Matz (Citado por Santos, 1996)

Los métodos heurísticos: Los métodos heurísticos son las estrategias generales, métodos o técnicas utilizadas en la resolución de problemas. Schoenfeld dice que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Polya, son muy generales y por eso no pueden ser implementadas. Cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Polya propone como heurísticas hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica. Hay que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. (“Resolución de problemas, el trabajo de Allan Schoenfeld”,2006)

Las estrategias metacognitivas: Las estrategias metacognitivas se refiere al monitoreo o autoevaluación del proceso utilizado al resolver problemas. Schoenfeld (1987) identifica tres categorías donde se presenta la metacognición: a) El conocimiento y descripción de tu propio proceso de pensar, b) Las creencias e intuiciones y como se relacionan o se identifican estas con alguna tendencia en la resolución de problemas, c) El control y la autorregulación que se refiere a qué tan bien es capaz un estudiante de seguir lo que hace cuando se resuelve algún problema. Schoenfeld (1985) afirma:

> El control trata sobre la forma en que el individuo usa la información que posee al resolver un problema. Es decir incluye las decisiones importantes que se toman acerca de qué hacer en un problema. Aquí se ubican decisiones acerca de un plan, selección de metas o submetas, monitoreo de soluciones y su evolución, así como el revisar planes en base a una evaluación. Por ejemplo, las acciones que involucran el control incluyen:
>
> a) Tener claridad acerca de lo que trata el problema antes de iniciar el proceso de resolución (fase de entendimiento del problema).
> b) Considerar varias formas de resolver el problema y seleccionar un método particular a partir de una evaluación en relación a su utilidad (fase de diseño)
> c) Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no esté produciendo resultados (fase de implantación)
> d) Revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida (visión retrospectiva)

Algunas sugerencias de actividades que pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar sus habilidades metacognitivas en la resolución de problemas según Schoenfeld son:

a) Tomar videos en donde se muestre a algunos estudiantes resolviendo problemas, lo cual permite hacer críticas sobre el proceso de resolución de los mismos.
b) El profesor como un modelo del comportamiento metacognitivo. Aquí es importante que el estudiante conozca todas las dificultades que se presentan al intentar resolver un problema, es decir los conocimientos falsos, las recuperaciones y, en general la

selección y cambio de estrategias vinculadas a la solución. Después de seleccionar algún camino y avanzar por un tiempo, es necesario reconsiderarlo y preguntarse: ¿Es razonable el progreso? ¿Este es el mejor camino?

c) Discutir los problemas con todo el grupo. En esta actividad el papel del instructor es ayudar a los estudiantes a obtener ventaja de sus propias idear y motivarlos a reflexionar acerca de cómo hacerlo. Entre las ideas está en que el profesor cuestione los aspectos relacionados con el entendimiento del problema (¿Ha entendido cada uno el problema?, ¿Cómo podemos encontrar el sentido del problema?, ¿Ha explorado las condiciones del problema?)

7. Aplicación de estrategias metodológicas de Polya en la solución de problemas matemáticos relacionados con el concepto de función lineal para los estudiantes de tecnología en Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación y afines de la Institución Universitaria Antonio José Camacho.

El matemático Húngaro George Polya (en su libro Como Plantear y Resolver Problemas) nos recuerda que resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica, al igual que cuando aprendemos alguna actividad deportiva mediante la imitación y la práctica que otros hacen, también al tratar de resolver problemas, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes, de esta manera aprendemos a resolverlos mientras los ejercitamos.

> Polya (1965) afirma: “El profesor que desee desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacerles interesarse en ellos y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica” (p.27).

Y es el interés que despertemos en los alumnos sobre los problemas planteados lo que hará que ellos se motiven a darle solución a los mismos. Por ejemplo si estamos tratando con estudiantes de ingenierías, lo más pertinente es lograr una motivación en ellos planteándoles problemas que tengan que ver con su profesión u oficio, problemas contextualizados con su área de interés. Esto hará que ellos se vean identificados con su profesión mientras van resolviendo problemas, de esta manera estarán poniendo en práctica mediante la resolución de un problema lo que aprenden en su carrera.

Ejemplo.

Problema 1.

Cuando la velocidad de rotación de cierto motor aumenta, su temperatura aumenta a una tasa constante. En la tabla 2 se muestra la comparacion de velocidad de rotacion del motor (en ciclos por segundo) y su temperatura (en grados Celsius).

Tabla 2. Velocidad de rotación Vs Temperatura

Rotación (Ciclos por segundo)	Temperatura (Grados Centígrados)
11	23.8
13	25.4
15	27

Nota. La Tabla 2 muestra la comparación de la velocidad de rotación del motor y su temperatura. *Fuente:* Elaboración propia.

¿Cuál es el aumento de temperatura ocasionado por un aumento de 1 ciclo por segundo en la rotación?

1. **Comprensión del problema**

El alumno debe de comprender el problema, pero no solo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. El alumno debe poder separar las principales partes del problema, la incógnita, los datos, la condición. El alumno debe de entender que por tratarse de la variación de una variable que llamaremos (Y) (Temperatura) debido a la variación de una variable llamada (X) (Rotación), existe una relación entre el cambio en la temperatura del motor por causa de la rotación del mismo. El alumno de acuerdo a esta información debe ver y entender claramente lo que se pide.

2. **Concepción de un Plan.**

Ir de la comprensión del problema a la concepción o configuración de un plan, para muchos estudiantes puede ser un camino largo y tedioso.

> Lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan, esta idea puede tomar forma poco a poco después de varios ensayos fallidos y periodos de duda, en los cuales se puede tener de repente una idea brillante. Lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducirlo a esa idea brillante, ayudándole, comprender la posición del alumno, pensar en su propia experiencia, en sus propias dificultades y éxitos en la resolución de problemas. (Polya, 1965, p.30).

Para concebir un plan es necesario hacer las siguientes preguntas: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición? El alumno debe de considerar las principales partes del problema.

A las preguntas anteriores podemos responder de la siguiente manera:

¿Cuál es la incógnita? R/ encontrar el valor del aumento de la temperatura (T) ocasionado por el aumento de un ciclo por segundo en la rotación; ¿Cuáles son los datos? R/ La comparación de la velocidad de rotación del motor y su temperatura, datos suministrados en la tabla; ¿Cuál es la condición? R/ Que la temperatura varía linealmente con los cambios de rotación del motor.

3. Ejecución del plan

En este punto es donde se deben implementar las estrategias escogidas para solucionar completamente el problema, debe de tomarse el tiempo necesario para resolverlo, y esperar hasta que de repente pueda surgir una idea clara. La estrategias a implementar serian relacionar los datos suministrados en la tabla con el fin de encontrar la ecuación de la línea recta, con la cual se pueda finalmente dar respuesta a la pregunta, evaluando en (X) un ciclo por segundo más, para así determinar el aumento que hubo en la temperatura por causa del aumento de un ciclo por segundo en la rotación.

4. Visión retrospectiva

Al hacer una visión retrospectiva, o una mirada hacia atrás, es importante que el alumno a la hora de resolver el problema, atienda a los siguientes interrogantes: ¿Se puede verificar el resultado?, ¿Puede utilizar el resultado o el método para resolver algún otro problema?, ¿ Se emplearon todos los datos?, ¿Se dio respuesta final al interrogante principal del problema: ¿Cuál es el aumento de temperatura ocasionado por un aumento de 1 ciclo por segundo en la rotación? Tener en cuenta estos interrogantes, ayudaran a los estudiantes a imaginar casos en los que podrían utilizar el mismo proceso y razonamientos, y poder aplicar el resultado obtenido en otros problemas.

7.1 Proyecto de Curso

La Institución Universitaria Antonio José Camacho dentro de su Modelo Pedagógico (2013) sugiere a los docentes del departamento de ciencias básicas (DCB) trabajar y aportar dentro de su quehacer como docentes el aprendizaje autónomo, significativo y colaborativo a los estudiantes y para ello hace una distribución de los porcentajes que se aplican a las notas que se obtienen en cada asignatura (un 20% de la nota final de la asignatura Matemáticas I que corresponde al desempeño logrado en la realización de un proyecto de curso), de acuerdo a esto, ha estandarizado una actividad que consiste en realizar en todas las asignaturas que orienta el DCB, un proyecto de curso donde se contextualicen algunos contenidos matemáticos a situaciones propias de cada programa. Este proyecto de curso es una actividad que se realiza desde la segunda semana de clases hasta la semana 16, cuyo avance se busca sea directamente proporcional al avance del docente en la orientación de las temáticas necesarias para realizar dicho proyecto, en el sentido de que a medida que se le ensenan a los estudiantes los diferentes tipos de funciones, estos se vayan apropiando del conocimiento y puedan aplicarlo en la temática o situación problema escogido a desarrollar. El docente hará acompañamiento y revisión en cada entrega que realicen los estudiantes. El proceso de evaluación del proyecto contempla tres entregas. Para la primera entrega se revisan y analizan el título del proyecto, la definición o planteamiento del problema, justificación, objetivo general y específicos, metodología y cronograma de actividades, en la segunda entrega, se analiza la resolución de la situación problema en la cual se debe tener en cuenta el concepto de función lineal para la realización y culminación del mismo y en la tercera entrega, se analiza la exposición del proyecto que sustenta el trabajo escrito con los conceptos de función lineal antes mencionados por parte de los estudiantes y en donde también se da libertad para que simulen en algún software para simulación de circuitos el diseño realizado. Se deja abierto también la opción para aquellos que quieran realizar el montaje del prototipo (en protoboard-tarjeta para montaje de circuitos, o tarjeta electrónica multipropósito) simulando de esta manera en una versión equivalente a pequeña escala el funcionamiento del mismo.

Teniendo en cuenta lo anterior se propuso la siguiente actividad a los estudiantes:

7.1.1 Actividad 1. Realizar un proyecto de curso.

De acuerdo a los lineamientos del proyecto de curso establecido por el DCB (ver anexo 2), se les propone a los estudiantes, formar grupos de máximo 4 estudiantes y escoger algún lugar (puede ser una empresa) y que preferiblemente fuera donde laborara alguno de los integrantes del grupo, un negocio conocido o algún lugar en donde se pudiera dar solución a algún problema en particular que involucre algunas variables físicas a mejorar, como por ejemplo la temperatura, humedad, presión, etc.

A los estudiantes de Tecnologías en Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación y afines se les propuso una serie de temas (Ver Anexo 3), como ejemplo para la realización del proyecto de curso y en donde se pudiera hacer uso del concepto de función lineal para dar la solución a la problemática propuesta. En el primer punto se les sugiere un tema libre en donde haciendo uso del concepto de función lineal, puedan dar solución a algún problema relacionado con su carrera, puede ser empresa de producción, manufacturera, servicios, etc. En dicho contexto debe identificarse claramente el problema a ser abordado teniendo en cuenta la posibilidad de tener datos ya sea mediante la recolección en el mismo lugar o si estos ya han sido recolectados previamente. En el segundo punto se les propone realizar un sistema de acondicionamiento electrónico de temperatura, en donde se debe usar la señal entregada por un sensor de referencia LM 35, el cual es un dispositivo electrónico (sensor) que entrega una señal de salida lineal de 10 mili voltios por cada grado centígrado censado (Ver anexo 4, características del sensor LM 35). Usar los Amplificadores Operacionales (Amplificador Operacional, es un dispositivo amplificador electrónico de alta ganancia (Relación entre la amplitud de la señal de salida con respecto a la entrada) acoplado en corriente continua que tiene dos entradas y una salida) (Ver anexo 5 especificaciones técnicas del Amplificador Operacional) en diferentes configuraciones necesarias para obtener una señal de salida de 1 a 5 o de 2 a 10 Voltios cuando la temperatura varié de 0 a 100 grados centígrados.

Como tercera opción se les propone a los estudiantes analizar la recta de carga de un transistor BJT para hallar el punto de trabajo (Q). En este caso deben de realizar la consulta para realizar y obtener los cálculos necesarios para hallar la recta de carga (Línea Recta), con el fin de hallar el punto de operación Q (Quiescent operating point)**,** conocido como punto de reposo, el cual se encuentra localizado dentro de la recta denominada recta de carga estática.

7.2 Aplicación de estrategias metodológicas en la elaboración del proyecto de curso.

Una vez escogido el tema por parte de cada grupo, se les mostraron y explicaron las estrategias para solución de problemas de Polya y Schoenfeld. Con ellas se buscó que los estudiantes aprendieran a entender los problemas planteados, intentaran relacionar los datos del problema y con ellos idear un plan para posteriormente poder llevarlo a cabo. Finalmente hacer una visión retrospectiva de la solución o una mirada hacia atrás para verificar si se obtuvieron los resultados esperados o si se requieren hacer algunos cambios para mejorar el sistema de control diseñado.

Se hizo necesario dar una explicación en forma general de los diferentes elementos o dispositivos electrónicos que usarían en la ejecución de cada uno de sus proyectos. Debido al nivel de conocimiento mínimo que la mayoría traían en electrónica y para no confundirlos (ya que estos temas de electrónica necesarios para la ejecución del proyecto se ven en semestres posteriores) se les explico como si se trataran de cajas negras con entradas y salidas, y sin hacer tanto énfasis en el principio de funcionamiento real de los mismos ni en el análisis de circuitos para obtener sus ecuaciones. Sólo se mostraron sus ecuaciones y se les enseño como usarlas para obtener los resultados esperados.

La mayoría de los grupos escogió para la elaboración de su trabajo el punto 2 y 3 que consistía en implementar un sistema electrónico de acondicionamiento de temperatura que usa un sensor LM35 (Dispositivo electrónico que censa temperatura y entrega una salida en mili voltios proporcional a la temperatura registrada) y Amplificadores Operacionales (Es un dispositivo amplificador electrónico de alta ganancia acoplado en corriente continua que tiene dos entradas y una salida) en diferentes configuraciones, con el fin de obtener una señal de salida de 1 a 5 Voltios o de 2 a 10 Voltios, cada vez que su temperatura varié de 0 a 100 grados centígrados.

A continuación se muestra el proyecto de curso elaborado por uno de los grupos del curso de matemáticas 1 del grupo 104 de tecnología en Electrónica, Mecatrónica e Instrumentación industrial del periodo 2 del 2017 de la UNIAJC.

Grupo 1.

Integrantes: Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño

Paso 1: entender el problema

Título del proyecto:

Implementación de un sistema de acondicionamiento de temperatura para mejorar el proceso de fabricación de la cerveza en la empresa CERVEZAS ARTESANALES S.A.S, utilizando un sensor lm35 y el concepto de función lineal.

El proyecto surge de la necesidad de una empresa que fabrica cerveza artesanal la cual en sus procesos han tenido diferentes problemas tales como, evaporación de la cerveza por someterla a una temperatura superior de la requerida, deformación en la caldera por sobrepresión, y quemado de la cerveza, lo que ocasiona que esta pierda sus características esenciales y por ende su sabor.

Entendiendo estos problemas se vio la necesidad de implementar un sistema para regular la temperatura y así evitar daño en el proceso de la cerveza. El acondicionamiento del proyecto se hará utilizando un sensor de temperatura lm35, resistencias y amplificadores operacionales en diferentes configuraciones para mejorar las condiciones de temperatura del proceso.

Paso 2: Concepción de un Plan.

La empresa CERVEZAS ARTESANALES S.A.S empezó a crecer en tamaño y en producción esto llevo a que la empresa empezara a invertir en sus activos, comprando calderas más grandes para producir más cerveza, pero han tenido un problema ya que no tienen un sistema para vigilar el proceso de cocción de la cerveza y en repetidas ocasiones han dañado el proceso de la cerveza por no regular la temperatura, además han tenido daños en la caldera, pues se ha deformado por el aumento de la temperatura y presión y además al tratar de liberar esta presión, la cerveza que se ha evaporado se pierde. Es por esta problemática que se implementará el sistema de temperatura con el sensor lm35 y su acondicionamiento de señal, con un sistema lineal y haciendo uso de amplificadores operacionales.

Paso 3: Ejecución del plan

Es aquí donde una vez identificadas las variables, los datos y las condiciones del problema a resolver en el proceso, se implementará el sistema de control de temperatura, con el sensor lm35, su acondicionamiento de señal y la linealización de su señal de salida haciendo uso de amplificadores operacionales.

Al resolver este problema se dará solución a tres inconvenientes

1. Se evitará la evaporación de la cerveza.
2. Se mejorará la calidad del producto y no se volverá a perder por exceso de cocción
3. Se evitará deformidades en la caldera y posibles accidentes laborales ya que al regular la temperatura no se tendrán sobre presiones.

Para la ejecución del plan se comenzó con la investigación de los elementos electrónicos a usar, el sensor lm35 y los amplificadores operacionales en sus diferentes configuraciones (LM324 Y LM741). Ver anexos 4 y 5.

Una vez obtenida esta información se procedió a implementar el acondicionamiento de señal.

El sensor será alimentado con 5 VDC y su señal de salida entregada de 10 m V / ℃ será llevada a un amplificador operacional (lm324) en configuración como amplificador no inversor.

Para adecuar la señal de 1 a 5 voltios, donde 1 V equivale a 0 ℃ y 5 V equivalen a 100 ℃ se debe calcular estos valores por medio de la ecuación de la recta:

Rango de trabajo del horno

De 0°C a 100°C

Acondicionamiento de señal

1V a 5V

Para hallar una pendiente se deben conocer 2 puntos (X1, Y1) y (X2, Y2), los puntos ya se tienen relacionando la temperatura con la tensión.

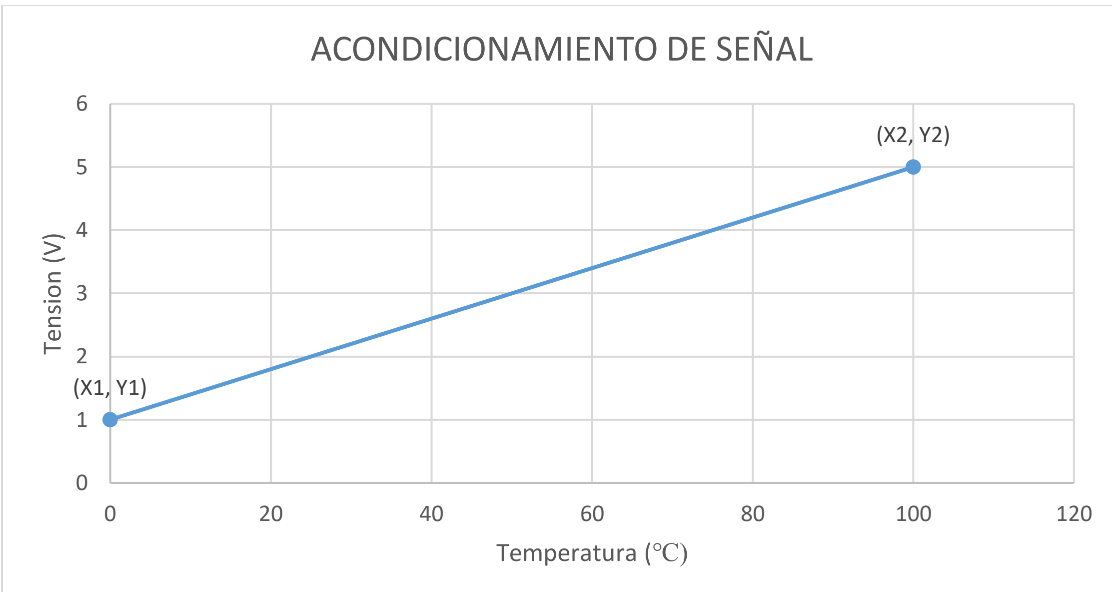


Figura 15. Grafica del Voltaje vs Temperatura del sistema de acondicionamiento de señal. Fuente: Trabajo grupo 104. Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.

Fórmula para hallar la pendiente:

$$m = \frac{\text{elevación}}{\text{recorrido}} = \frac{\Delta\,\text{tensión}}{\Delta\,\text{temperatura}} = \frac{\mathrm{Y2 - Y\,1}}{\mathrm{X2 - X1}} = \frac{5\mathrm{V} - 1\mathrm{V}}{100°\mathrm{C} - 0°\mathrm{C}} = \frac{4V}{100°\mathrm{C}} = 0.04\ \mathrm{V}/°\mathrm{C}$$

A partir de la fórmula de la pendiente se puede hallar la ecuación de la línea recta:

$$\mathrm{Y = mX + b}$$

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}} = m\,;$$

$$\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X2} - \mathrm{X1});$$

$$\mathrm{Y} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X} - \mathrm{X1})$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$\mathrm{Y} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X} - \mathrm{X1}) \;\; => \quad \mathrm{Y} - 1 = 0.04(\mathrm{X} - 0)$$

$$\mathrm{Y} - 1 = 0.04\mathrm{X} - 0 \;\; => \;\; \mathrm{Y} = 0.04\mathrm{X} - 0 + 1$$

$$\mathrm{Y} = 0.04\mathrm{X} + 1$$

Con esta fórmula se puede crear una tabla para ver el comportamiento de la tensión de salida con respecto a la temperatura de entrada:

Donde X es temperatura y Y es la tensión obtenida

$$\mathrm{V} = 0.04℃ + 1$$

Tabla 3. Tensión de salida vs temperatura

Tension (V)	Pendiente (m)	Temperatura (ºC)	Corte en Y
1	0.04	0	1
1.2	0.04	5	1
1.4	0.04	10	1
1.6	0.04	15	1
1.8	0.04	20	1
2.0	0.04	25	1
2.2	0.04	30	1
2.4	0.04	35	1
2.6	0.04	40	1

2.8	0.04	45	1
3.0	0.04	50	1
3.2	0.04	55	1
3.4	0.04	60	1
3.6	0.04	65	1
3.8	0.04	70	1
4.0	0.04	75	1
4.2	0.04	80	1
4.4	0.04	85	1
4.6	0.04	90	1
4.8	0.04	95	1
5.0	0.04	100	1

Nota. La Tabla 3 muestra el comportamiento de la tensión de salida (voltaje) con respeto a la temperatura de entrada.

Fuente: Trabajo grupo 104. Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.

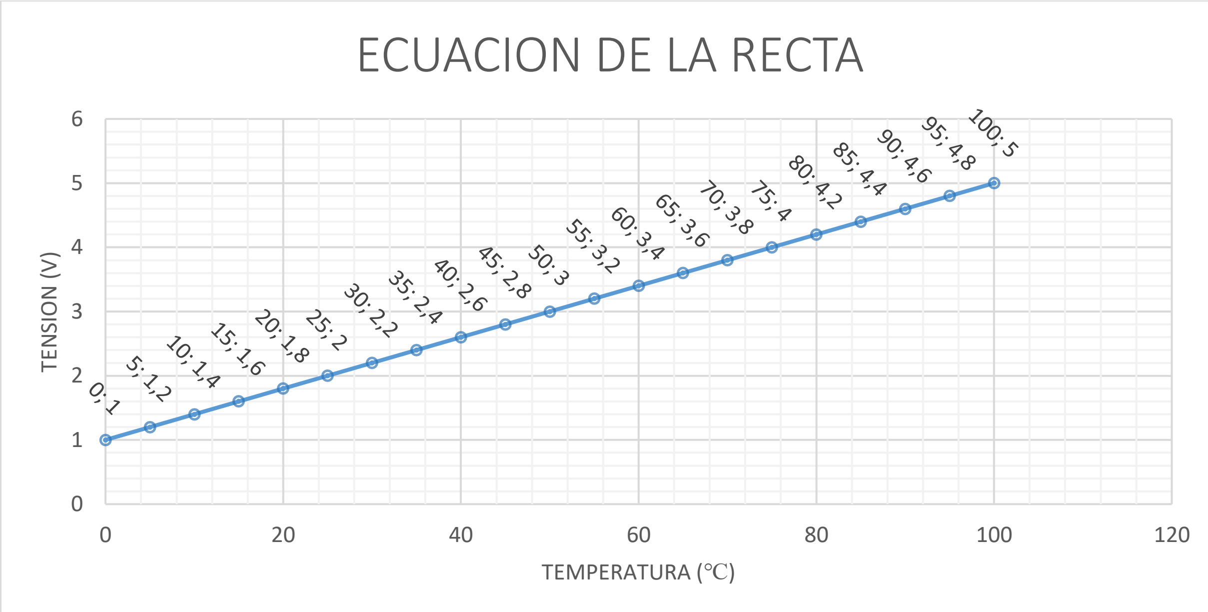


Figura 16. Grafica de la línea recta generada a partir de los datos de la tabla 3 Voltaje vs Temperatura del sistema de acondicionamiento de señal.
Fuente: Trabajo grupo 104. Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.

Con estos datos obtenidos, se puede empezar a hacer el acondicionamiento de señal tomando la señal del sensor lm35, que son 10mv / °C y llevarlos a un amplificador operacional (lm324) en su configuración amplificador no inversor como se muestra a continuación:

Amplificador Operacional no inversor

La señal a amplificar se aplica al pin no inversor (+), con esto se tendrá una salida no invertida con respecto a la entrada. De acuerdo al valor de las resistencias Rf y R1, el Amplificador Operacional presentará una ganancia mayor o igual a uno.

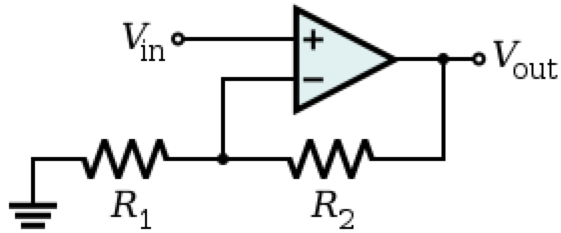


Figura 17. Grafica del Amplificador Operacional en su configuración como no Inversor.
Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

Fórmula para la ganancia: $Av = \frac{R2}{\mathrm{R1}} + 1$

Expresión para el voltaje de salida: $Vout = \mathrm{Vin}\left(\frac{R2}{\mathrm{R1}} + 1\right)$

Ahora por cada 10 mV en la entrada positiva se debe obtener 40mV a la salida, debido a que la ganancia de voltaje de Amplificador operacional debe ser 4. La ganancia se obtiene con los siguientes valores de resistencia y usando la fórmula de la ganancia:

$$Av = \frac{3k}{1\mathrm{k}} + 1 = 4$$

$$Vout = 0.010\left(\frac{3000}{1000} + 1\right) = 0.010(3 + 1) = 0.010(4) = 0.040$$

Una vez tomada esta señal, debe ser adecuada, y sumando un voltio (1v) para alcanzar los requerimientos del problema, 1V cuando hayan 0°C y 5v cuando hallan 100°C. Para esto se debe usar otro Amplificador Operacional (lm324) con una configuración de sumador no inversor como se puede ver a continuación:

Amplificador operacional sumador no inversor

Este amplificador tiene múltiples entradas en el pin no inversor y su voltaje de salida es la suma de las múltiples entradas que ingresan por este terminal.

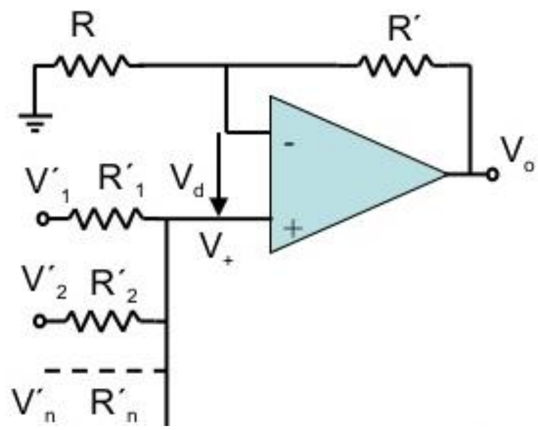


Figura 18. Gráfica del Amplificador Operacional en su configuración como sumador no Inversor.
Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

Ecuaciones para la suma en Vo:

$$Vout = \left(\left(\frac{R´}{\mathrm{R1}}\right) * V1 + \left(\frac{R´}{\mathrm{R2}}\right) * V2\right)$$

$$Vout = \left(\left(\frac{10k}{\mathrm{10k}}\right) * 1V + \left(\frac{10k}{\mathrm{10k}}\right) * 0.04\right)$$

$$Vout = \left((1) * 1V + (1) * 0.04\right)$$

$$Vout = (1V + 0.04)$$

$$Vout = 1.04$$

Para completar el sistema de acondicionamiento de señal debemos utilizar un divisor de tensión con el fin de obtener un voltaje de salida de un Voltio (1V), y poder sumarlo a la señal del amplificador no inversor y completar con ello las condiciones y requerimientos del circuito de acondicionamiento de señal.

Utilizando la misma fuente de tensión de alimentación de los amplificadores que es de 5v se implementa el divisor de tensión de la siguiente forma:

$$Vout = \frac{\mathrm{R2}}{R2 + R1} * Vin$$

$$Vout = \frac{260}{260 + 1000} * 5$$

$$Vout = \frac{260}{1260} * 5$$

$$Vout = 0.20 * 5$$

$$Vout = 1$$

Una vez adecuada la señal la llevamos a un amplificador operacional en la configuración de comparador, con el fin de establecer una temperatura base de 80°C, una vez alcanzado este nivel, se envié la señal de voltaje correspondiente a 80°C al comparador, este a su vez se satura positivamente (pone su salida a su valor máximo de alimentación) y energiza una electroválvula y una motobomba para enviar la cerveza a otra etapa ya con otras condiciones mejores de temperatura.

Amplificador Operacional comparador

Esta configuración del Amplificador Operacional es usada como su nombre lo dice para comparar sus señales de entrada, con que una de las dos señales sea ligeramente superior se producirá la salida máxima en el amplificador, siendo positiva **(+Vsat)** o negativa **(-Vsat)**, dependiendo de cuál de ellas sea mayor. Al utilizar el amplificador operacional en lazo abierto, la ganancia en la salida será siempre muy grande, aproximadamente del orden de 100.000 veces o más. Una pequeña variación en las tensiones de entrada **Vs+** y **Vs-**produce que a la salida del amplificador tengamos un valor cercano a la tensión de alimentación.

La siguiente imagen, muestra la conexión de un amplificador operacional en modo de lazo abierto, para ser utilizado como comparador**.**

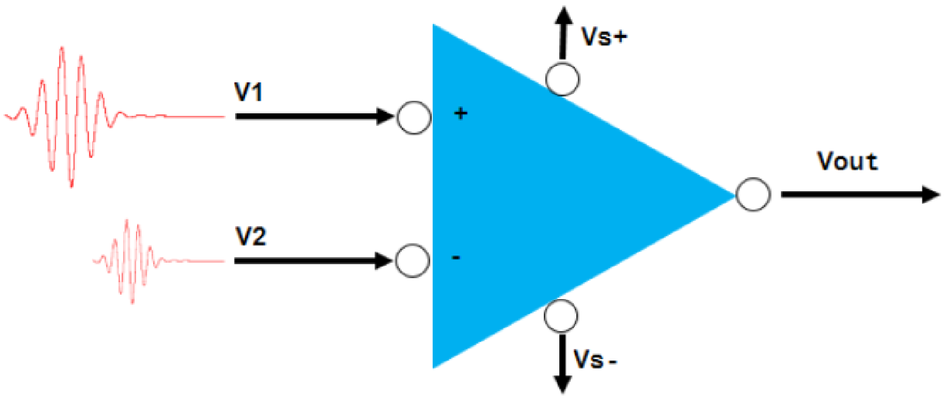


Figura 19. Gráfica del Amplificador Operacional en su configuración como comparador.
Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

Fase 4. Examinar la solución obtenida. (Visión retrospectiva)

7.2.1 Análisis de los resultados obtenidos del proyecto de curso por parte de los integrantes del grupo:

Los resultados obtenidos fueron exitosos ya que con la función lineal aplicada a los amplificadores operacionales se logró obtener el acondicionamiento de una señal de temperatura para lograr controlar la temperatura ideal para la fabricación de cerveza.

De esta manera se pudo corregir los problemas como la deformidad de la caldera, la inseguridad de los operarios a la hora de operar dicho proceso y el objetivo principal, que la producción y calidad de la cerveza mejorara, pues el sistema implementado evita que la cerveza se queme o se pase de su punto de cocción.

7.2.2 Conclusiones por parte de los integrantes del proyecto de curso:

Aprendimos a aplicar el concepto de función lineal en un sistema de acondicionamiento de una señal de temperatura y esto nos ayudó a la solución de un problema de producción. Logramos mejorar el proceso de la cerveza evitando su evaporación, ya que en el proceso la temperatura superaba la requerida, también logramos conservar el sabor característico de la cerveza porque ya no supera de su punto máximo de cocción que es donde se estaba perdiendo la calidad.

Con esto lograremos evitar sobre presiones en la caldera y así posibles deformaciones, esto además dará tranquilidad a los empleados ya que se sentían inseguros al ver el dilo deformado.

Circuito electrónico montado y simulado en el software Proteus

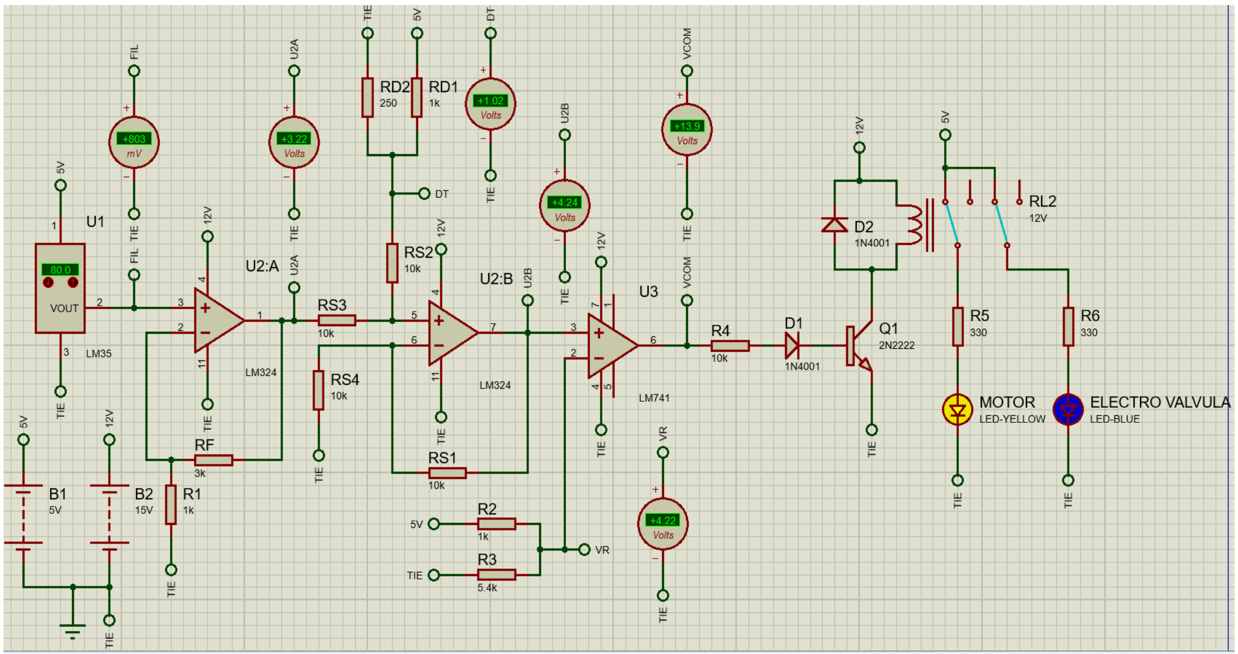


Figura 20. Gráfica del circuito de acondicionamiento de señal simulado en el software Proteus.

Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

En la siguiente imagen vemos el circuito y sus diferentes etapas funcionando, donde se puede ver que el sensor entrega 25°C que es igual a 250mv, y lo entrega a la primera etapa donde se pueden ver los 250mv amplificados y a la salida del amplificador no inversor de la primera etapa 2v de salida.

Con el amplificador sumador se observa un divisor de tensión que suministra un valor de 1V y se suma a la señal que entrega el amplificador no inversor, donde se puede ver a la salida del sumador los 3V.

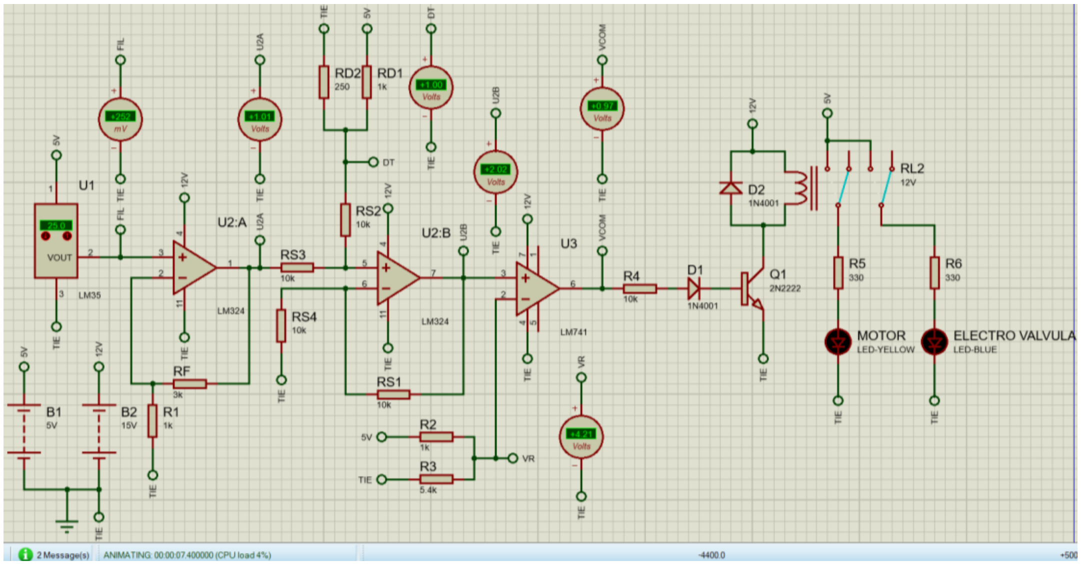


Figura 21. Gráfica que muestra el voltaje de salida en el amplificador de la primera etapa.
Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

En la siguiente imagen podemos apreciar a través del sensor una temperatura de 79°C y en el terminal negativo del comprador un voltaje de referencia de 4.22. Cuando el voltaje del terminal positivo sea mayor (en este caso es 4.20 V), se saturara el amplificador y enviara la señal positiva al transistor Q1 que energizara el relé y activará la electroválvula y motobomba.

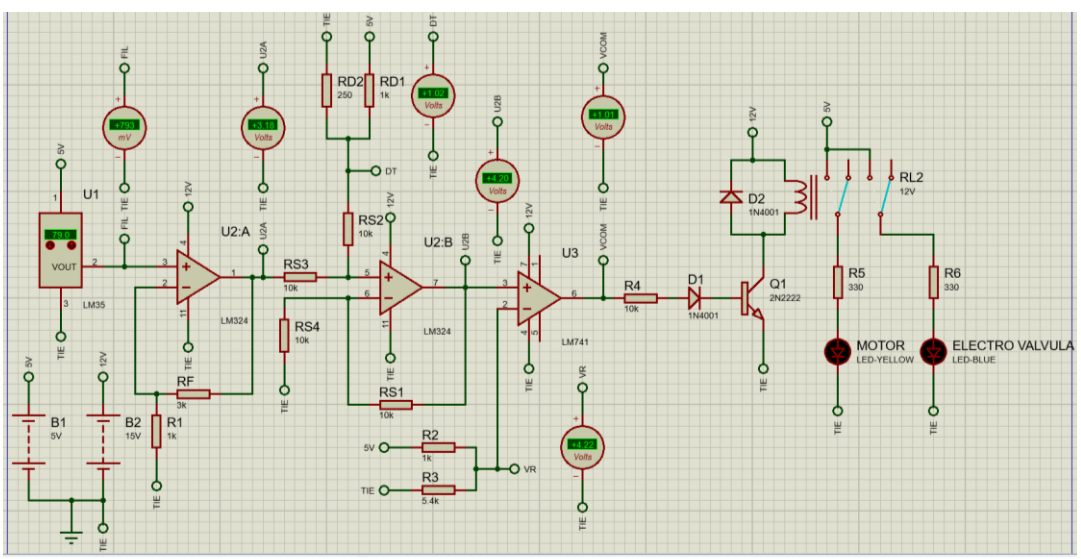


Figura 22. Gráfica que muestra los 79°C registrados por el sensor lm 35 y el voltaje en el terminal positivo del comparador.
Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

En la siguiente imagen se puede observar el sensor que muestra 80°C, y al final del circuito se pueden ver activados los leds, que representan la motobomba y la electroválvula respectivamente.

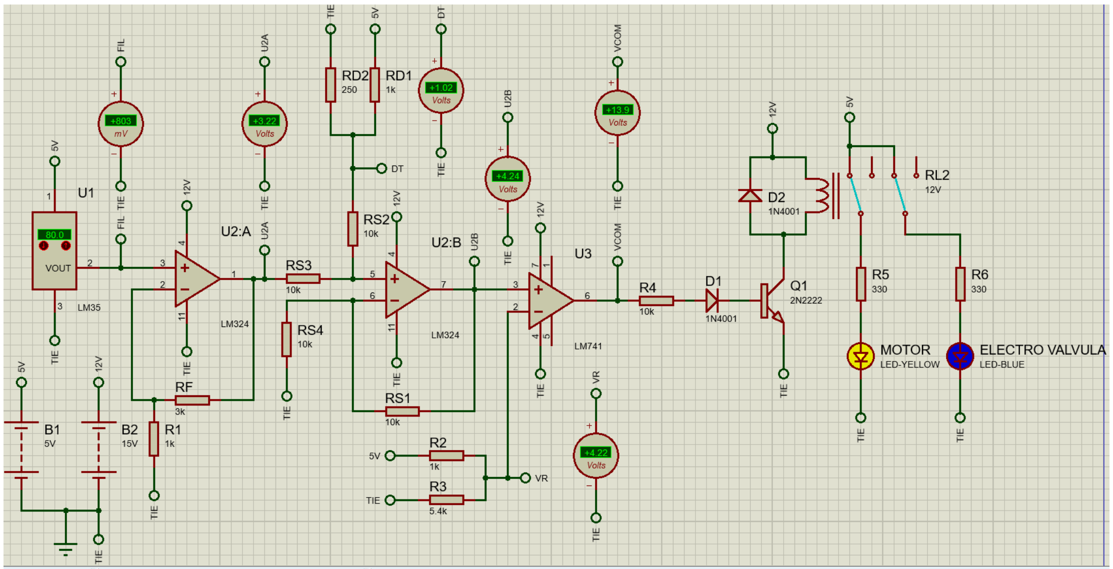


Figura 23. Gráfica que muestra los 80°C registrados por el sensor lm 35 y los leds que representan la motobomba y la electroválvula.
Fuente: Trabajo grupo 104. *Julio Cesar Vivas, Julio Cesar Díaz, Katherine Riaño.*

8. Diferentes tipos de problemas matemáticos y sus soluciones, relacionados con el concepto de función lineal contextualizados para los estudiantes de primer semestre de las Tecnologías en Electrónica y a fines de la UNIAJC

Aquí se presentan una serie de problemas que pueden servir de ejemplos para discutir algunos aspectos relacionados con las estrategias para solucionar problemas verbales y en algunos casos con representaciones gráficas y que involucran el concepto de función lineal. Todos se resolvieron teniendo en cuenta las estrategias de Polya de las cuales a criterio personal se derivan o tienen como referencia las demás teorías aquí propuestas. El propósito de los problemas es que sirvan de referencia para que los estudiantes de primer semestre de carreras como tecnologías en Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación y a fines, para que tengan un acercamiento inicial sobre cómo podrían analizar y solucionar problemas relacionados con este concepto. Se invita también a que tanto profesores como alumnos hagan su propia lista de problemas y discutan las ideas y estrategias de solución con sus compañeros.

Problema 1

Pablo sale a dar un paseo caminando a 2 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale a buscarlo su hermano que camina a 3 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance? Finalmente, represente gráficamente las distancias recorridas por Pablo y su hermano como una función del tiempo.

Paso 1. Entender el problema.

Para entender el problema es necesario que nos hagamos estas preguntas, ¿Cuál es la incógnita que se debe de resolver?, ¿Cuáles son los datos? y ¿Cuál es la condición?

La incógnita es que debemos de encontrar es el tiempo que el hermano tardará en alcanzar a Pablo.

Los datos: Pablo camina a 2 Km/h, su hermano a 3Km/h y sale a buscarlo un cuarto de hora, es decir, 15 minutos más tarde.

La condición: El hermano de Pablo aunque salió un cuarto de hora más tarde, avanza un kilómetro más cada hora.

Paso 2. Concepción de un plan:

Aquí se debe de encontrar una conexión entre la información dada y la desconocida, con lo cual se pueda calcular la incógnita, se recomienda relacionar la distancia recorrida por cada personaje con el tiempo transcurrido, puede intentar hacer primero una tabla donde use algunos valores para intuir la relación existente.

Como Pablo recorre 2 kilómetros cada hora, podemos decir que la distancia (y) recorrida por Pablo en términos del tiempo (x) en horas transcurrido desde que sale a caminar es $y = 2x$, mientras que la distancia (y) recorrida por el hermano en función del tiempo (x) transcurrido desde que Pablo empieza a caminar es $y = 3(x - \frac{1}{4})$ (la cual tiene sentido, de acuerdo al problema, a partir de un cuarto de hora).

Paso 3. Ejecución del plan:

Una vez identificadas las ecuaciones (funciones lineales) del desplazamiento de Pablo y su hermano se debe encontrar el valor de x para el cual los dos desplazamientos son iguales, para esto, se igualan las dos ecuaciones

$$y = 2x \quad ; \quad y = 3(x - \frac{1}{4})$$

y tenemos:

$$2x = 3(x - \frac{1}{4}) \quad => \quad 2x = 3x - \frac{3}{4} \quad => \quad x = \frac{3}{4},$$

Es decir, los hermanos se encuentran ¾ de hora, es decir, 45 minutos luego de que Pablo sale a caminar. Note que es posible determinar la distancia recorrida por los hermanos hasta ese momento reemplazando el tiempo hallado en cualquiera de las dos ecuaciones de distancia, reemplazando en la primera ecuación (de la distancia recorrida por Pablo), encontramos que la distancia recorrida por los hermanos hasta el momento de encontrarse es $y = 2(\frac{3}{4}) = \frac{3}{2}km$, es decir, $y = 1.5\ km$

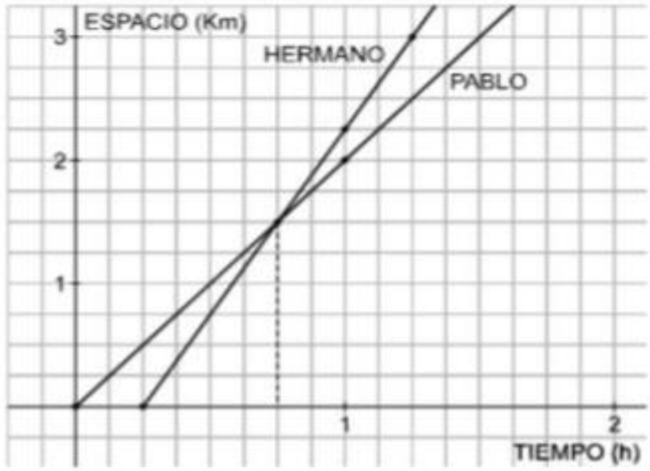


Figura 24. Gráfica de los dos desplazamientos y su punto de corte que determinan la solución del problema 1.
Fuente: https://issuu.com/amaiamartinez/docs/ejercicios_resueltos

Observando las gráficas y la solución del sistema formado por las dos ecuaciones, podemos ver que Pablo será alcanzado por su hermano al cabo de tres cuartos de hora y, a una distancia de 1.5 km

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

Después de haber completado la solución, es conveniente hacer una mirada hacia atrás con el fin de revisar si se han cometido errores o descubrir si hay una mejor y más rápida manera para dar solución al problema, lo cual también es una práctica retrospectiva que permite consolidar los conocimientos y mejorar la comprensión de la solución a la cual se llegó. Se puede aprovechar este paso para establecer una relación de la solución propuesta con una que pudiese presentarse en el razonamiento de un problema más o menos similar. En este caso problemas con desplazamientos de personas u objetos en condiciones similares podrían solucionarse con la estrategia aquí propuesta.

Problema 2.

La principal característica de un sensor análogo es que la salida es directa o inversamente proporcional a la variable medida pero en relación lineal como se puede observar en la siguiente figura.

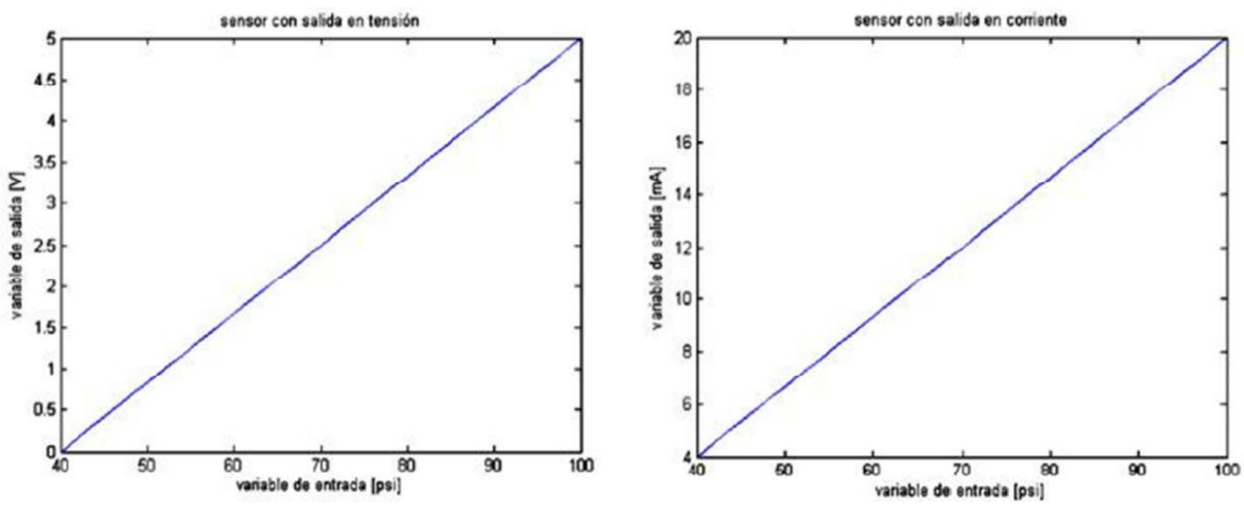


Figura 25. Gráfica de las variables de salida del sensor en voltios y en miliamperios.

La relación entre la variable de entrada y de salida se puede relacionar por medio de la ecuación de la recta con pendiente determinada:

$$\mathrm{Vsal} = \mathrm{m} * \mathrm{Ven} + \mathrm{b}$$

Teniendo en cuenta la figura anterior donde se muestra el comportamiento de un sensor, hallar los valores de m y b:

a) Para la salida en voltaje

b) Para la salida en corriente

Paso 1. Entender el problema:

Incógnitas: Los valores de m y b de la ecuación de la línea en cada gráfica.

Datos: La gráfica y los valores dados sobre la misma en los ejes (x, y)

$Grafica$ 1: $x\ variable\ de\ entrada\ en\ \ (psi)$, $y\ variable\ de\ salida\ en(voltios)$

$Grafica$ 2: $x\ variable\ de\ entrada\ en\ \ (psi)$, $y\ variable\ de\ salida\ en(Miliamperios)$

Condiciones: En este caso la relación es directamente proporcional.

Paso 2. Concepción del plan:

En la gráfica lado izquierdo podemos ver que cuando la entrada es 40 psi, la variable de salida en voltios es 0 y cuando la variable de entrada es 100 psi, la variable de salida en voltios es 5, es decir, esta gráfica pasa por los puntos (40,0) y (100,5). De la gráfica lado derecho observamos que cuando la entrada es 40 psi, la variable de salida es 4 miliamperios, y cuando la variable de entrada es 100 psi, la variable de salida es 20 mA, es decir, la gráfica pasa por los puntos (40,4) y (100,20). Estos datos se pueden usar para obtener las ecuaciones de cada una de las rectas.

Paso 3. Ejecución del plan:

Con los puntos identificados podemos hallar la pendiente de la línea usando la siguiente formula:

$$m = \frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Grafica izquierda de Voltaje Vs psi (presión):

Puntos: $\frac{(40,\ \ 0)}{x1\ \ y1}\ y\ \frac{(100,\ \ 5)}{x2\ \ y2}$

⇨ $$m = \frac{5-0}{100-40} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

A partir de la fórmula de la pendiente se puede hallar la fórmula de la línea recta:

$$Y = mX + b$$

$$\frac{Y2 - Y\,1}{X2 - X1} = m\,;$$

$$Y2 - Y\,1 = m(X2 - X1);$$

$$Y - Y\,1 = m(X - X1)$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$Y - 1 = \frac{1}{12}(X - 40)$$

$$Y = \frac{1}{2}X - \frac{40}{12}$$

$$Y = \frac{1}{2}X - \frac{10}{3}$$

De la ecuación podemos ver que $m = \frac{1}{12}\ y\, b = -\frac{10}{3}$

Grafica derecha de Voltaje Vs psi (presión):

Puntos: $\frac{(40,\ \ 0)}{x1\ \ y1}\ y\ \frac{(100,\ \ 5)}{x2\ \ y2}$

⇨ $m = \frac{5-0}{100-40} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

A partir de la fórmula de la pendiente se puede hallar la fórmula de la línea recta:

$$Y = mX + b$$

$$\frac{Y2 - Y\,1}{X2 - X1} = m\,;$$

$$Y2 - Y\,1 = m(X2 - X1);$$

$$Y - Y\,1 = m(X - X1)$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$Y - 1 = 1/12(X - 40)$$

$$Y = \frac{1}{2}X - \frac{40}{12}$$

$$Y = \frac{1}{2}X - \frac{10}{3}$$

De la ecuación podemos ver que $m = \frac{1}{12}\ y\ b = -\frac{10}{3}$

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

Como podemos ver la solución del problema sólo consistía en hallar la ecuación de las dos líneas en cada gráfica y con ellas hallar el valor de m y b de manera rápida. En problemas similares donde nos pidan hallar valores de pendiente (m) e intercepto con el eje y (b) podremos utilizar el procedimiento de este problema.

Problema 3.

La carga que entra a un elemento se muestra en la siguiente figura. Encontrar la corriente en el elemento en el intervalo de tiempo 0 ≤ t ≤ 0,5 segundos. Tener en cuenta que la corriente se define como la derivada de la función carga con respecto al tiempo $i(t) = dq/dt$.

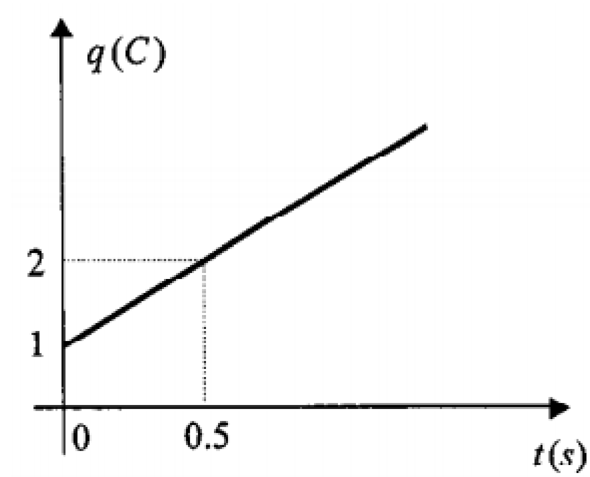


Figura 26. Gráfica de la carga en el elemento en función del tiempo.
Fuente: libro Análisis Básico de Circuitos para Ingeniería de J. Irwin Ejercicio 1.5 pág. 17.

Paso 1. Entender el problema:

Incógnitas: la corriente $i(t)$, para hallarla, necesitamos el valor de la carga $q(t)$

Datos: La gráfica y los valores dados sobre la misma en los ejes $x\ (t(s))\ ,\ y(q(t))$.

Condiciones: Tener en cuenta que la corriente $i(t)$ es igual a la derivada de la carga con respecto al tiempo $i(t) = dq/dt$

Paso 2. Concepción del plan:

De la gráfica podemos ver que cuando el tiempo es cero segundos (0 s) la carga es un Coulombio (1C), y cuando el tiempo es cero punto cinco segundos (0.5 s) la carga es dos Coulombios (2C). Estos datos se pueden usar para hallar la ecuación de la recta.

Paso 3. Ejecución del plan: con los puntos identificados podemos hallar la pendiente de la línea usando la siguiente formula:

$$m = \frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Puntos: $\frac{(0,\ \ 1)}{x1\ \ y1}\ y\ \frac{(0.5,\ \ 2)}{x2\ \ y2}$

=> $$m = \frac{2-1}{0.5-0} = \frac{1}{0.5} = 2$$

A partir de la fórmula de la pendiente se puede hallar la fórmula de la línea recta:

$$\mathrm{Y} = \mathrm{mX} + \mathrm{b}$$

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}} = m\ ;$$

$$\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X2} - \mathrm{X1});$$

$$\mathrm{Y} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X} - \mathrm{X1})$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$\mathrm{Y} - 1 = 2(\mathrm{X} - 0)$$

$$Y - 1 = 2X - 0$$

$$Y = 2X - 0 + 1$$

$$Y = 2X + 1$$

Como Y representa la carga $q(t)$ y X el tiempo, entonces $q(t) = 2t + 1$

Con esta ecuación de la carga (ecuación de la línea recta) hallamos la corriente $i(t)$ derivando la función carga con respecto al tiempo.

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

Entonces:

$$i(t) = \frac{d(2t + 1)}{dt} = 2\ A$$

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

En este problema como se puede observar la incógnita es el valor de la corriente $i(t)$, con lo cual se hace necesario tener claro que para ello se debe de hacer obtener la derivada de la función carga $q(t)$ inicialmente obtenida.

Problema 4.

Se busca realizar el circuito de acondicionamiento para una señal de entrada (Vin) proveniente de un sensor de temperatura en °C (ver tabla), para que la señal de salida (Vout) indique la temperatura en °F. Grafique y caracterice la ecuación de la recta correspondiente del circuito.

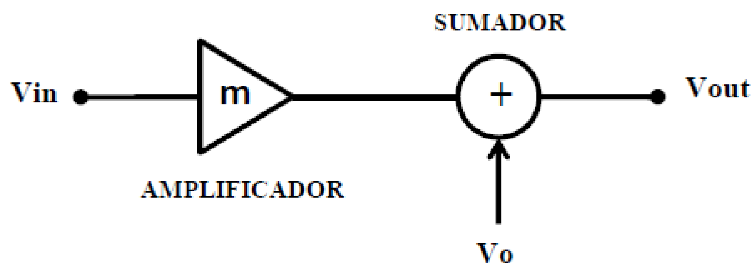


Figura 27. Diagrama en bloques básico del circuito de acondicionamiento.

$$\mathrm{Vout} = \mathrm{mVin} + \mathrm{Vo}$$

Tabla 4. Señal de entrada del Sensor en (mV) según la temperatura registrada en (℃)

SENSOR		°F
T (℃)	Vin (mV)	Vout (V)
0	0	
10	1	
20	2	
30	3	
40	4	
50	5	
60	6	

Nota. La Tabla 4 muestra la señal de entrada Vin proveniente de un sensor de temperatura en ℃.

Fórmula para convertir grados Celsius a Fahrenheit: $°\mathrm{F} = 1.8\,℃ + 32$; $Vout = °\mathrm{F}/100$

Paso 1. Entender el problema:

Incógnitas: El voltaje de salida Vout en Voltios (V), que representa la variable dependiente. El valor de la pendiente m en la ecuación para el voltaje de salida. Con ellas se puede graficar la ecuación de la recta correspondiente al circuito.

Datos: Los valores de Vin suministrados en la tabla.

Condiciones: Cada valor de Vin corresponde a un valor de temperatura, y el voltaje de salida Vout se debe de dividir entre 100.

Paso 2. Concepción del plan:

De los datos suministrados en la tabla para Vin y la ecuación (fórmula) para convertir grados Celsius a Fahrenheit, se pueden obtener todos los valores del voltaje de salida Vout. Con los valores completos de la tabla, se pueden ubicar dos puntos para hallar la pendiente de la línea. Con la pendiente y un punto se puede obtener nuevamente la ecuación de la línea recta.

Tabla 5. Señal de entrada del Sensor en (mV – mili voltios) según la temperatura registrada en (℃- grados centígrados) y los valores de Vout correspondientes.

SENSOR		°F
T (℃)	Vin (mV)	Vout (V)
0	0	0.32
10	1	0.50
20	2	0.68
30	3	0.86
40	4	1.04
50	5	1.22
60	6	1.4

Nota. La Tabla 5 muestra la señal de entrada Vin proveniente de un sensor de temperatura en ℃ y sus correspondientes valores para Vout.

Paso 3. Ejecución del plan: con los puntos identificados podemos hallar la pendiente de la línea usando la fórmula para la pendiente:

$$m = \frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Puntos: $\underset{x1 \quad y1}{\underline{(0, \;\; 0.32)}} \; y \; \underset{x2 \quad y2}{\underline{(6, \;\; 1.4)}}$

=> $$m = \frac{1.4-0.32}{6-0} = \frac{1.08}{6} = 0.18$$

Con la pendiente y un punto cualquiera hallamos la ecuación de la línea recta: $\mathrm{Y} = \mathrm{mX} + \mathrm{b}$

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}} = m\,;$$

$$\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X2} - \mathrm{X1});$$

$$\mathrm{Y} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X} - \mathrm{X1})$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$\mathrm{Y} - 0.32 = 0.18(\mathrm{X} - 0)$$

$$\mathrm{Y} = 0.18\mathrm{X} - 0 + 0.32$$

$$\mathrm{Y} = 0.18\mathrm{X} + 0.32 \;\; => \mathrm{Vout} = 0.18\mathrm{X} + 0.32$$

Con los valore de la tabla y con la ecuación para el voltaje de salida Vout podemos graficar la ecuación de la recta correspondiente al circuito:

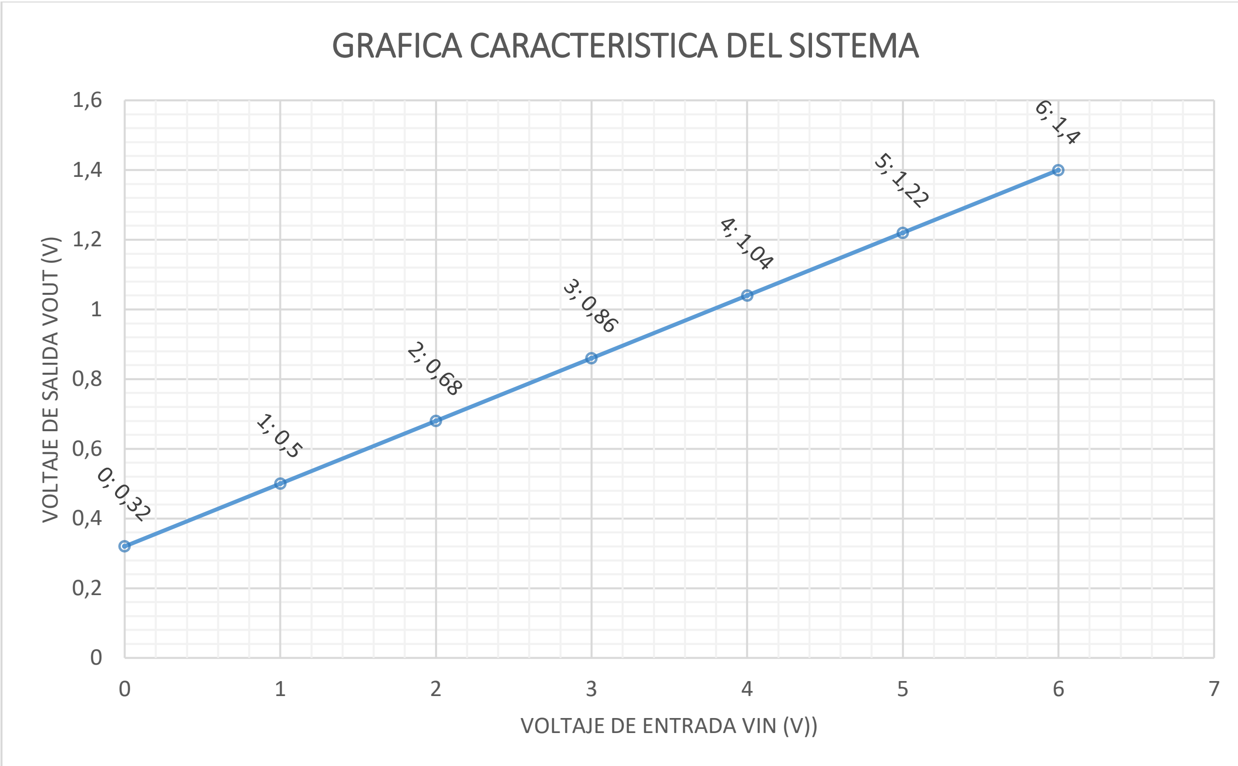


Figura 28. Grafica de la línea recta generada a partir de los datos de la tabla 5. Fuente: Elaboración propia.

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

En este problema se logró obtener la ecuación de la recta y la correspondiente grafica característica del circuito a partir de los datos suministrados en la tabla y la ecuación para el voltaje de salida del circuito de acondicionamiento. De los datos de la tabla se logró comprobar la ecuación o fórmula para convertir los grados Centígrados a Fahrenheit.

Problema 5.

Por el alquiler de un coche cobran 100 Euros diarios más 0.30 Euros por kilómetro recorrido. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el costo diario con el número de kilómetros recorridos y represéntala en una gráfica. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿Qué valor debemos pagar?

Paso 1. Entender el problema.

Incógnitas: Ecuación de la recta que relaciona el costo (C) diario con el número (X) kilómetros recorridos. Costo a pagar en un día cuando se recorren 300 km

Paso 2. Concepción de un plan:

La relación entre la información dada y la incógnita la obtenemos así:

Días alquilados: 1

Costo por el día: 100 Euros

Kilómetros recorridos: 300

Valor a pagar por 300 kilómetros: 0,30 * 300 = 90 Euros

Paso 3. Ejecución del plan.

Sea X: Km recorridos

Sea C: Costo diario

Relacionando los datos anteriores tenemos la función lineal que relaciona el costo diario con el número de km recorridos: $C = 100 + 0{,}3X$

Si $X = 300$ entonces $C = 100 + 0{,}3(300) = 190$ Euros

R/ En un día de alquiler donde se recorren 300 Kilómetros se debe pagar 190 Euros.

Paso 4. Examinar la solución obtenida: Graficando la ecuación obtenida podremos ver que efectivamente es la ecuación de una línea recta, y con ella podremos determinar el valor a pagar en un día, para cualquier cantidad de kilómetros recorridos.

Problema 6.

La gráfica muestra, la relación entre la cantidad de combustible que va quedando en el tanque de un automóvil, y la distancia recorrida por él, durante un viaje (el automóvil se desplaza con MRU (Movimiento Rectilíneo Uniforme) y consume la misma cantidad de combustible por kilómetro recorrido).

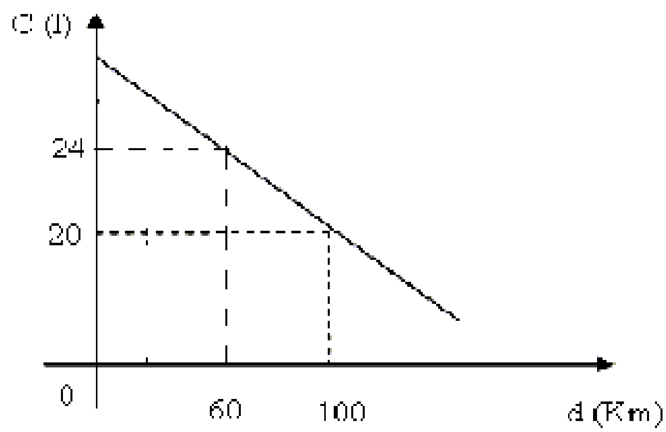


Figura 29. Grafica que muestra la relación de cantidad de combustible y la distancia recorrida durante el viaje.

c: cantidad de combustible (en litros)

d: distancia recorrida (en km.)

a) Expresa mediante una ecuación la correspondencia entre la cantidad de combustible que va quedando en el tanque y la distancia recorrida por el automóvil.
b) ¿Qué cantidad de combustible tenía el tanque al comenzar el viaje?
c) ¿Qué cantidad de combustible había consumido el automóvil después de haber recorrido 80 km?
d) Cuando el automóvil ya había consumido 12 litros de combustible, ¿cuántos km había recorrido?
e) ¿A los cuántos km de recorrido el tanque quedó totalmente vacío?

Paso 1. Entender el problema

Incógnitas: c: cantidad de combustible (en litros) al comenzar el viaje, d: distancia recorrida (en km.) cuando quedo vacío.

Datos: los datos son suministrados en la grafica

Paso 2. Concepción de un plan:

De la gráfica se puede ver que cuando se recorren 60 km, la cantidad de combustible que queda es 24 litros. Y cuando se recorren 100 km, la cantidad de combustible que queda es 20 litros. Estos datos se pueden usar para hallar la ecuación de la recta.

Paso 3. Ejecución del plan:

Con los puntos identificados podemos hallar la pendiente de la línea usando la fórmula de la pendiente:

$$m = \frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Puntos: $\frac{(60,\ \ 24)}{x1\ \ y1}\ y\ \frac{(100,\ \ 20)}{x2\ \ \ y2}$

=> $$m = \frac{20-24}{100-60} = \frac{-4}{40} = \frac{-1}{10}$$

A partir de la fórmula de la pendiente se obtiene la ecuación de la recta:

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}} = m\,;$$

$$\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X2} - \mathrm{X1});$$

$$\mathrm{Y} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X} - \mathrm{X1})$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$Y - 24 = -\frac{1}{10}(X - 60)$$

$$Y - 24 = -\frac{1}{10}X + \frac{60}{10}$$

$$Y = -\frac{1}{10}X + \frac{6}{1} + 24$$

$$Y = -\frac{1}{10}X + 30$$

Como Y representa la cantidad de combustible en litros (c) y X la distancia en kilómetros (d), entonces: a) R/

$$C = -\frac{1}{10}d + 30$$

Para hallar la cantidad de combustible que el automóvil tenia al comenzar el viaje hacemos d=0.

b) R/

$$C = -\frac{1}{10}(0) + 30 \quad = \quad 30 \text{ Litros}$$

c) R/

Para hallar la cantidad de combustible que el automóvil había consumido después de haber recorrido 80 km, remplazamos en la ecuación d= 80.

$$C = -\frac{1}{10}(80) + 30 \quad = -8 + 30 \quad = 22 \text{ Litros}$$

Pero hay que tener en cuenta que la cantidad que ha consumido el automóvil no son 22 litros, sino 30 -22 = 8 litros

d) R/

Para hallar cuantos kilómetros ha recorrido cuando el automóvil ha consumido 12 litros, restamos 30-12 = 18, este valor lo remplazamos en la ecuación:

$$C = -\frac{1}{10}d + 30$$

Entonces,

$$18 = -\frac{1}{10}(\mathrm{d}) + 30 \quad => \quad \mathrm{d} = (18 - 30)(-10) = \ 220\ km$$

e) R/*

El tanque quedo vacío cuando C = 0, por lo tanto remplazamos este valor en la ecuación

$$\mathrm{C} = -\frac{1}{10}\mathrm{d} + 30$$

Y obtenemos:

$$0 = -\frac{1}{10}\mathrm{d} + 30 => \quad \mathrm{d} = (-30)(-10) = \ 300\ Km$$

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

En este tipo de problemas se debe de entender bien lo que se pregunta, por ejemplo preguntas como la b y c sugieren hacer un analis de la gráfica y no un remplazo directo, para dar la respuesta correcta. Estos detalles deben de tenerse en cuenta cuando se estén leyendo las preguntas que se hacen, es muy probable que si la persona que está resolviendo el problema las pasa por alto, puede suministrar respuestas erradas.

Problema 7.

Sebastián lleno el tanque de su camión con 400 litros de gasolina y se preparó para entregar un cargamento de plátanos en Cali. El camión consumió 0.8 litros de gasolina por cada kilómetro recorrido.

a) Grafica la cantidad de gasolina que queda en el tanque del camión (en litros) como una función de la distancia recorrida (en kilómetros).
b) Obtener la ecuación de la línea del punto a, y con ella determine a los cuantos kilómetros queda el tanque totalmente vacío.

Paso 1. Entender el problema

Incógnitas: c: Cantidad de gasolina que queda en el tanque G (en litros), d: distancia recorrida (en km.)

Datos: El camión inicia su recorrido con 400 litros de gasolina y consume 0.8 litros por cada kilómetro recorrido.

Paso 2. Concepción de un plan:

Con los datos suministrados podemos pensar en hacer una tabla que relacione el consumo y la distancia recorrida. Sabemos que para hacer la gráfica necesitamos dos puntos, ya tenemos uno:

Distancia recorrida = 0 km; Cantidad de gasolina en el tanque = 400 litros.

El otro seria por ejemplo, si recorre 100 km, entonces: $0.8\frac{litros}{km} * 100\ km = 80\ litros,$

tenemos luego: $400\ litros - 80\ liros = 320\ litros.$

Estos datos se pueden usar para hacer la gráfica y también para hallar la ecuación de la recta.

Paso 3. Ejecución del plan:

Con los puntos identificados se puede dibujar la gráfica, hallar la pendiente de la línea usando la fórmula de la pendiente, y con ella su ecuación:

a) R/

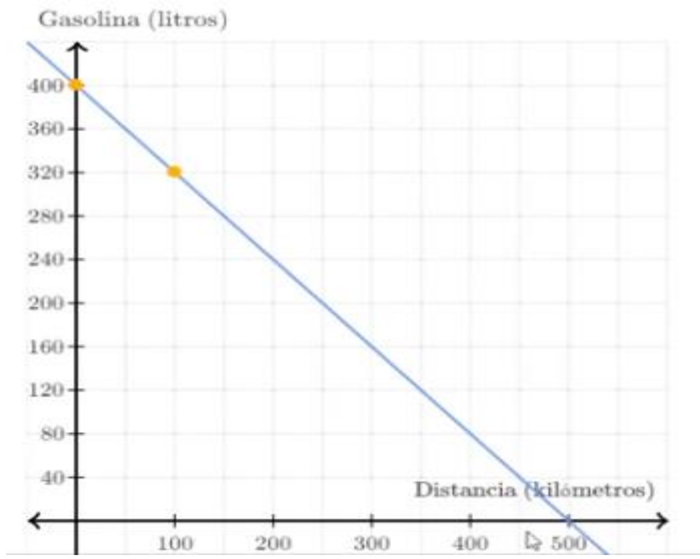


Figura 30. Grafica de la cantidad de gasolina que queda en el tanque del camión (en litros) como una función de la distancia recorrida (en kilómetros).

Fuente: https://es.khanacademy.org/math/algebra/linear-word-problems/modal/v/graphing-linear-functions-1

$$m = \frac{\text{Y2} - \text{Y 1}}{\text{X2} - \text{X1}}$$

Puntos: $\frac{(0,\ \ 400)}{x1\ \ y1}\ y\ \frac{(100,\ \ 320)}{x2\ \ \ y2}$

=> $m = \frac{320-400}{100-0} = \frac{-80}{100} = -0.8$

A partir de la fórmula de la pendiente se obtiene la ecuación de la recta:

$$\frac{\text{Y2} - \text{Y 1}}{\text{X2} - \text{X1}} = m\ ;$$

$$\text{Y} - \text{Y 1} = m(\text{X} - \text{X1})$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$\text{Y} - 400 = -0.8(\text{X} - 0)$$

$$\mathrm{Y} - 400 = -0.8\,\mathrm{X} \;\; => \;\; \mathrm{Y} = -0.8\,\mathrm{X} + 400$$

Como Y representa la cantidad de gasolina en litros (G) y X la distancia en kilómetros (d), entonces:

$$\mathrm{G} = -0.8\,\mathrm{d} + 400$$

b) R/

El tanque quedo vacío cuando G = 0, por lo tanto remplazamos este valor en la ecuación

$$\mathrm{G} = -0.8\,\mathrm{d} + 400$$

Y obtenemos:

$$0 = -0.8\mathrm{d} + 400 \quad => \quad \mathrm{d} = \frac{(-400)}{(-0.8)} = \; 500\,Km$$

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

Este es un tipo de problema donde no hay ayudas graficas ni tablas con datos. Es importante analizar bien los datos que se suministran para relacionarlos y con ellos poder dar respuestas a las preguntas que se hagan. Algunos estudiantes intentaran aplicar regla de tres directa para dar respuesta más rápido al problema, pero se sugiere en estos darles nombres a las variables que intervienen en el problema y hacer una tabla suministrando valores. Esta es una mejor estrategia, ya que podemos hacer más fácilmente la gráfica y obtener su ecuación correspondiente.

Problema 8.

Cuando la velocidad de rotación de cierto motor aumenta. Su temperatura aumenta a una tasa contante. En la siguiente tabla se muestra la comparación de la velocidad de rotación del motor (en ciclos por segundo) y su temperatura (en grados Celsius).

Tabla 6. Velocidad de rotación del motor Vs Temperatura del mismo

Rotación (Ciclos por segundo)	Temperatura (Grados Centígrados)
11	23.8
13	25.4
15	27

Nota. La Tabla 6 muestra la comparación de la velocidad de rotación del motor y su temperatura.
Fuente: Elaboración propia.

¿Cuál es el aumento de temperatura ocasionado por un aumento de 1 ciclo por segundo en la rotación?

Paso 1. Entender el problema

Incógnitas: Temperatura T (en grados Celsius) debido al aumento de 1 ciclo por segundo en la rotación del motor.

Datos: Los valores de rotación y temperatura suministrados en la tabla.

Condiciones: Ninguna.

Paso 2. Concepción del plan:

A partir de los datos suministrados en la tabla se pueden ubicar dos puntos para hallar la pendiente de la línea. Con la pendiente y un punto se puede obtener la ecuación de la línea recta. Y con la ecuación se puede determinar el aumento que hubo en la temperatura por causa del aumento de un ciclo por segundo en la rotación.

Paso 3. Ejecución del plan:

Con los puntos identificados podemos hallar la pendiente de la línea usando la fórmula para la pendiente:

$$m = \frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Puntos: $\frac{(11,\ \ 23.8)}{x1\ \ \ y1}\ y\ \frac{(15,\ \ 27)}{x2\ \ y2}$

=> $$m = \frac{27-23.8}{15-11} = \frac{3.2}{4} = 0.8$$

Con la pendiente y un punto cualquiera hallamos la ecuación de la línea recta: $\mathrm{Y} = \mathrm{mX} + \mathrm{b}$

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}} = m\,;$$

$$\mathrm{Y} - \mathrm{Y\,1} = m(\mathrm{X} - \mathrm{X1})$$

Reemplazamos los valores y despejamos Y:

$$\mathrm{Y} - 23.8 = 0.8(\mathrm{X} - 11)$$

$$\mathrm{Y} - 23.8 = 0.8\mathrm{X} - 8.8$$

$$\mathrm{Y} = 0.8\mathrm{X} - 8.8 + 23.8$$

$$\mathrm{Y} = 0.8\mathrm{X} + 15\ \ => \mathrm{Vout} = 0.8\,\mathrm{X} + 15$$

Como Y representa la temperatura del motor (T) y X la rotación (R), entonces:

$$\mathrm{T} = 0.8\ \mathrm{R} + 15$$

Con la ecuación hallada podemos remplazar para R=0, con lo cual se obtiene T=15; Para R=1, T=15,8. Con lo cual se concluye y da respuesta a la pregunta, ¿Cuál es el aumento de temperatura ocasionado por un aumento de 1 ciclo por segundo en la rotación? R/ 0.8 grados Centígrados.

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

En este tipo de problemas en donde se da una tabla con valores, se hace importante que el lector aprenda a identificar la variable dependiente e independiente (quien depende de quién), de esta manera se puede pensar en obtener la solución o respuesta a la pregunta, a partir de los mismos datos. Es importante tener en cuenta que una vez adquirida cierta habilidad para resolver problemas, el estudiante incluso puede dar solución al problema, solo con obtener la pendiente de la recta a partir de dos de los puntos de la tabla.

Problema 9.

Un jugador de sumo decidió seguir una dieta especial para ganar peso rápidamente. Gano peso a una tasa constante. En la siguiente tabla se muestra la comparación del peso del luchador (en kilogramos) y el tiempo desde que inició su dieta (en meses).

Tabla 7. Peso del luchador Vs el tiempo de inicio de su dieta.

Tiempo (meses)	Peso (kilogramos)
0.5	80.6
2	88.4
3.5	96.2

Nota. La Tabla 7 muestra la comparación del peso del luchador y el tiempo desde que inició su dieta.
Fuente: Elaboración propia.

¿Qué tan rápido gano peso el luchador?

Paso 1. Entender el problema

Incógnitas: Peso del luchador P (en Kilogramos), tiempo desde que inició su dieta T (en meses)

Datos: Los valores del tiempo y peso suministrados en la tabla.

Condiciones: Ninguna.

Paso 2. Concepción del plan:

A partir de los datos suministrados en la tabla se pueden ubicar dos puntos para hallar la pendiente de la línea. Y como se en el paso 4 del problema 9, se da respuesta a la pregunta solo con obtener la pendiente de la línea recta (recordemos que el problema dice que gana peso a una tasa constante).

Paso 3. Ejecución del plan:

Obtenemos dos puntos de la tabla con los cuales podemos hallar la pendiente de la línea usando la fórmula para la pendiente:

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Puntos: $\frac{(0.5,\ \ 80.6)}{x1\ \ \ y1}\ y\ \frac{(3.5,\ \ 96.2)}{x2\ \ y2}$

=> $$m = \frac{96.2-80.6}{3.5-0.5} = \frac{15.6}{3} = 5.2$$

Con lo cual se concluye que la rapidez con la que gana peso el luchador es: $5.2\frac{kg}{mes}$

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

Como se puede ver en este tipo de problemas, la solución se obtiene rápidamente solo con hallar la pendiente de la línea recta y teniendo en cuenta que la rapidez con que se gana peso, representa la razón de cambio de la variación del peso con respecto a la variación del tiempo. Buscar otra forma de solucionar seria realizar los pasos del problema 9 donde el estudiante puede hallar la ecuación total y con ella evaluar para obtener la rapidez con que se gana peso, sería una manera más larga pero necesaria, en el caso, por ejemplo si se pide hallar al cabo de cuánto tiempo el luchador tendría un peso de..?

Problema 10.

Johan aterrizo su avión. La elevación del avión relativa al suelo (en metros) como función del tiempo (en segundos) se grafica a continuación.

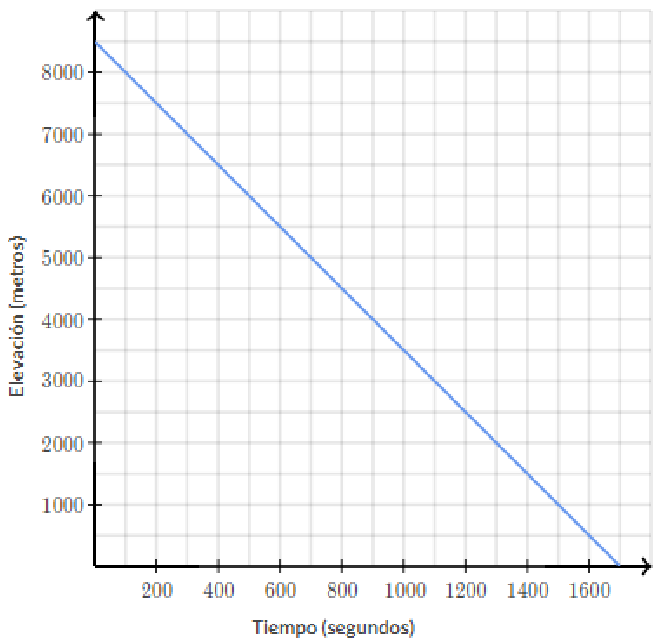


Figura 31. Grafica de la elevación del avión relativa al suelo como una función del tiempo.

Fuente: https://es.khanacademy.org/math/algebra/linear-word-problems/modal/e/interpreting-linear-graphs

¿Qué tan rápido descendió el avión?

Paso 1. Entender el problema

Identificamos las Incógnitas: Elevación E (en metros) y el tiempo T (en segundos)

Datos: De la gráfica podemos ver que al tiempo T= 0, la altura del avión es 8500 Mts. Y a los 1700 segundos el avión ya ha descendido totalmente o está al nivel del suelo.

Condiciones: Ninguna.

Paso 2. Concepción del plan:

A partir de los datos obtenidos de la gráfica, se puede se puede usar los puntos hallados en el paso 1. Con estos puntos se puede obtener la pendiente de la línea la cual es la razón a la que desciende el avión y es también equivalente a la razón de cambio de la relación. Tener en cuenta que para las relaciones lineales, la razón de cambio está dada por la pendiente dela recta.

Paso 3. Ejecución del plan:

Con los dos puntos obtenidos a partir de la gráfica se tiene:

$$\frac{\mathrm{Y2} - \mathrm{Y\,1}}{\mathrm{X2} - \mathrm{X1}}$$

Puntos: $\frac{(0,\ \ 8500)}{x1 \quad y1}\ y\ \frac{(1700,\ \ 0)}{x2 \quad y2}$

=> $$m = \frac{0-8500}{1700-0} = \frac{-8500}{1700} = 5$$

Con lo cual se concluye que la rapidez que desciende el avión es: 5 $\frac{Mts}{Seg}$

Paso 4. Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva):

En este tipo de problema que muestra una gráfica como se puede ver, el término razón de cambio o rapidez también representa la pendiente de la línea recta, con lo cual nuevamente basta con hallar la pendiente de la línea para llegar al resultado.

9. Conclusiones generales y algunas recomendaciones

De acuerdo a los resultados obtenidos en la primera prueba piloto sobre problemas relacionados con el concepto de función lineal, y teniendo en cuenta los cinco niveles de la Taxonomía Solo de John Bigg, se pudo determinar que la mayoría de los estudiantes del grupo presentan dificultades a la hora de plantear y resolver los problemas, los conocimientos previos no son los suficientes, no tienen habilidad para identificar las incógnitas y algunos no interpretan ni hacen uso adecuado de los datos suministrados, por lo cual les resulta muy difícil configurar un plan para dar solución al problema propuesto.

Para el caso del problema 1 de la prueba piloto, la mayoría de los estudiantes no lograron, a partir de los datos suministrados, encontrar la ecuación de la recta, ni representarla gráficamente. De acuerdo a los resultados observados, se logró ubicar a los estudiantes dentro del segundo nivel, uniestructural, de la Taxonomía SOLO.

Siguiendo las teorías de Jorge Polya, Schoenfeld y Santos, en las cuales se destacaron sus respectivas heurísticas para la solución de problemas, se encontró que para el análisis y solución de un problema, las ideas de Polya y sus cuatros pasos, representan una estrategia útil y clara que puede ser usada en cualquier tipo de problema. Analizando las ideas y estrategias propuestas de otros autores, se pudo ver cómo estas nuevas ideas parten del sustento teórico dejado por Polya.

Las estrategias propuestas por Schoenfeld, precisamente parten de la crítica que él le hace al trabajo de Polya. Por otro lado Santos, en su libro Principios y Métodos de la Resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas, destaca las etapas fundamentales de Polya, en las que el uso de sus métodos heurísticos juega un papel importante en la solución de problemas no solo matemáticos sino también en otros dominios. Esta es la razón por la cual las ideas y pasos adoptadas por Polya, siempre se tuvieron en cuenta en la solución de los problemas plateados en este trabajo.

Con la actividad número uno, elaborar un proyecto de curso, propuesto a los estudiantes del grupo 104, en el que se involucrara el concepto de función lineal y teniendo en cuenta la propuesta de temas para elaborar el proyecto de curso (Anexo 3), se logró poner en práctica las estrategias para solución de problemas de Polya teniendo en cuenta sus cuatro pasos, en cada uno de los trabajos realizados por los estudiantes, lo cual resultó ser muy significativo para ellos, pues de esta forma lograron entender el problema, identificar las variables del sistema, representar gráficamente la línea recta, obtener la ecuación de la recta característica del sistema de acondicionamiento de señal a partir de dos puntos y usarla para diseñar el circuito electrónico, con los componentes necesarios, para lograr que el sistema de acondicionamiento de señal funcionara de acuerdo a los requerimientos pedidos. No solamente lograron implementar el circuito funcionando en el software Proteus, sino también en la Protoboar (tarjeta práctica para montaje de circuitos), en donde se pudo simular de manera real el control de temperatura, y verificar su correcto funcionamiento. Aquí se puede ver como los estudiantes del grupo, de acuerdo a la Taxonomía SOLO de Biggs, pasaron de un nivel Uniestructural, a un nivel Multiestructural casi Relacional, obteniendo de esta manera resultados muy positivos en cuanto al nivel de comprensión, análisis y solución de situaciones problema.

Es importante también mencionar que los problemas propuestos en este trabajo como ejemplo y sus soluciones, no sólo sirven como base para el análisis y solución de otros problemas verbales similares, sirven también para que profesores y alumnos de la UNIAJC elaboren su propios problemas contextualizados para cada una de sus carreras, socialicen y compartan sus estrategias de solución y de esta manera motiven en sus cursos la resolución de problemas como una manera práctica y didáctica para la enseñanza de las matemáticas, haciendo uso de los pasos adoptados por Polya en la resolución de los mismos, los cuales son una estrategia que como se pudo ver y aplicar en la elaboración del proyecto de curso permite entender una situación problema, identificar las variables que intervienen en el, idear un plan para la solución, llevar a cabo ese plan y por ultimo hacer una revisión o mirada hacia atrás que permita identificar si la solución es adecuada para la situación planteada.

9.1 Recomendaciones y algunas reflexiones

Como en el desarrollo de este trabajo se abordaron algunos aspectos ligados con las estrategias para la resolución de problemas verbales que involucraron el concepto de función lineal, aplicados a las Tecnologías en Electrónica, Mecatrónica, Instrumentación Industrial y a fines. Se hace importante presentar también una visión retrospectiva que identifique las conexiones de las ideas fundamentales con la contextualización de las temáticas abordadas en los cursos de matemáticas uno de la UNIAJC, en situaciones que puedan ser consideradas como ejemplos prácticos desarrollados en el aula, los cuales propicien y estimulen el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes resolviendo problemas.

En esta actividad es importante que los alumnos, dentro del salón de clase, acepten la necesidad de reflexionar constantemente acerca de las diversas representaciones y estrategias (cognitivas y metacognitivas) que aparecen tanto en el entendimiento de las ideas matemáticas así como en la resolución de diferentes tipos de problemas.

En el estudio de las matemáticas, es necesario que el alumno represente la información de algún concepto o problema matemático, que reformule el problema o que utilice algún problema similar para avanzar en una propuesta de solución, que use tablas o diagramas, o que descomponga el problema en casos más simples (Santos, 1996, p.191).

Estas estrategias no son solamente importantes en la fase de entendimiento del problema, sino también en el diseño de un plan y su ejecución. Schoenfeld (1992) indica que "el uso eficiente de recursos y estrategias al resolver un problema o entender un concepto matemático, se acompaña de un constante monitoreo o autorreflexión del proceso que utiliza el individuo al trabajar en su intento de solución".

Es importante también que el estudiante se enfrente a diversos tipos de problemas, y además de encontrar la solución, se debe hacer una evaluación de los diferentes métodos de solución, pues muchas veces, al intentar resolver un problema no solamente es necesario obtener la solución, sino seleccionar el método más adecuado para encontrarla.

Se deben de socializar los resultados y la experiencia obtenida en este trabajo de grado con los docentes de la UNIAJC, para que les sirva como referentes en la mejora de la enseñanza de solución de problemas verbales en las carreras de Tecnología en Electrónica, Mecatrónica y afines.

Si bien es de interés de los profesores, se recomienda que sigan ahondando en el análisis de las estrategias para solución de problemas aplicados y en lo posible dediquen espacios para trabajar más problemas con los alumnos en los salones de clase.

Partiendo de estos resultados y la clasificación del aprendizaje observado, es posible que este análisis sirva de insumo para que la UNIAJC pueda rediseñar el currículo y evaluar la calidad del trabajo de los estudiantes en términos de su complejidad, es decir, desde un aprendizaje o nivel superficial hacia un nivel o aprendizaje profundo.

10. Referencias

Bachelard, G. (1948). *La formación del espíritu científico* (23ra. ed.). Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI Editores S.A.

Beyer, W.(2000). La resolución de problemas en la primera etapa de la educación básica y su Implementación en el aula. Enseñanza de la matemática. V9 (1) pp 22-30.

Biggs, J. B. (Septiembre, 2016). John B. Biggs. *Wikipedia [versión electrónica] Enciclopedia Libre*. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/John_B._Biggs, http://www.theflippedclassroom.es/la-taxonomia-solo-de-biggs/

Bueno, Dora, (2012). *Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y Solución de ejercicios y problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado. (Tesis de Maestría).* Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf.

Campistrous, L, y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Baroody, A (1994). *El pensamiento matemático de los niños: Un marco evolutivo para maestros De preescolar, ciclo inicial y educación especial.* Editorial Antonio Machado Libros.

García, J. (1992). *Piaget, Logo y La Resoluci6n de Problemas.* San José: Fundación Omar Dengo, coordinación de Investigación.

Institución Universitaria Antonio José Camacho. (2012). *Plan Estratégico de Desarrollo 2012 - 2019.* Santiago de Cali, Colombia: Grupo Empresarial Digital D&L S.A.S.

Irwin, D. (1997). *Análisis Básico de Circuitos en Ingeniería*. Naucalpan de Juárez, Edo. De México. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Lucero, I., y Pozzo, R. (2006). *Análisis cualitativo en la resolución de problemas de física y su Influencia en el aprendizaje significativo*. Investigaciones en la enseñanza de las ciencias. V11 (*1*) pp 85-96. Argentina.

Perales Palacios, F.J. (1993). *La resolución de problemas*: una revisión estructurada. Enseñanza de las Ciencias, 11(2) m p. 170-178.

Perales Palacios y otros. 2000. *Resolución de problemas*. Madrid. España. Ed. Síntesis.

Pérez, Y., y Ramírez, R.(Agosto, 2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas Matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos*. V 35(73).

Poggioli, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas. Serie ensenando a aprender. Caracas: fundación polar.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas.

Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas.* Granada: Comares.

Puig, L. (1998). Réplica a *Elementos de resolución de problemas, cinco años después*. De Pamplona: Universidad Pública Navarra.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically*: Problem solving, Metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.

Schoenfeld, A. (1994). *Reflections on doing and teaching mathematics*. In A. H.

Schoenfeld (1992), *Mathematical thinking and problem solving* (pp.53-70). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Santos-Trigo, M. (2004). *The role of technology in students' conceptual constructions in* *a sample case of problem solving*. *Focus on Learning Problems in Mathematics.* Spring Edition, 26(2), pp. 1-17

Santos-Trigo, M., y Barrera-Mora, F. (2007). *Contrasting and looking into some Mathematics education frameworks. The Mathematics Educator*, 10(1), 81-106.

Santos-Trigo, M. (2007). *Mathematical problem solving*: an evolving research and 6, pp.523-536.

Vega, C. (Diciembre, 1992). *La ensenanza de la matematica en la escuela basica atraves de la resolucion de problemas*. Ensenanza de la matematica. 3 (1), pp. 15-21.

Vila, A. y Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar*. El papel de las creencias en La resolución de problemas. Madrid, España: Narcea.

11. Anexos

Anexo 1: Primera prueba piloto sobre problemas matemáticos que involucran el concepto de función lineal.

MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

PRIMERA PRUEBA PILOTO PROBLEMAS DE MATEMATICAS QUE INVOLUCRAN EL CONCEPTO DE FUNCION LINEAL

1. Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 US por la visita, más 20 US por cada hora de trabajo.

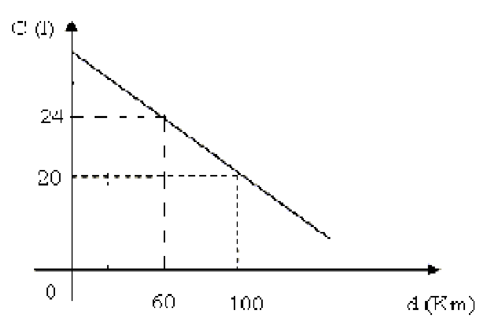
a. Escribe la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total (y), en función del tiempo (x) que esté trabajando.

b. Represéntala gráficamente. c. ¿Cuánto tendríamos que pagar si hubiera estado 4 horas?

2. La gráfica muestra, la relación entre la cantidad de combustible que va quedando en el tanque de un automóvil, y la distancia recorrida por él, durante un viaje (el automóvil se desplaza con MRU (Movimiento Rectilíneo Uniforme) y consume la misma cantidad de combustible por kilómetro recorrido).

c: cantidad de combustible (en litros)

d: distancia recorrida (en km.)



f) Expresa mediante una ecuación la correspondencia entre la cantidad de combustible que va quedando en el tanque y la distancia recorrida por el automóvil.

g) ¿Qué cantidad de combustible tenía el tanque al comenzar el viaje?

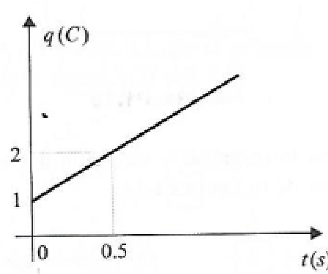
h) ¿Qué cantidad de combustible había consumido el automóvil después de haber recorrido 80km?

i) Cuando el automóvil ya había consumido 12 litros de combustible, ¿cuántos km había recorrido?
j) ¿A los cuántos km de recorrido el tanque quedó totalmente vacío?

3. Pablo sale a dar un paseo caminando a 2 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale a buscarlo su hermano que camina a 3 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance? Representa las gráficas y escribe la solución.

4. Por el alquiler de un coche cobran 100 Euros diarios más 0.30 Euros por kilómetro recorrido. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el costo diario con el número de kilómetros recorridos y represéntala en una gráfica. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿Qué valor debemos pagar?

5. La carga que entra a un elemento se muestra en la siguiente figura. Encuentre la corriente en el elemento en el intervalo de tiempo $0 \leq t \leq 0.5$ segundos. Tenga en cuenta que la corriente se define como: i(t) = dq/dt. (Derivada de la función carga con respecto al tiempo).

k) 

l) Grafica tomada del ejercicio No. Libro IRWIN Análisis Básico de Circuitos para Ingeniería.

Anexo 2: Lineamientos generales para realizar el proyecto de curso de las asignaturas del Departamento de Ciencias Básicas de la UNIAJC.

Antonio José Camacho
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
Calidad, excelencia y compromiso social

LINEAMIENTOS GENERALES PARA REALIZAR EL PROYECTO DE CURSO DE LAS ASIGNATURAS DEL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Antonio José Camacho
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
CIENCIAS BÁSICAS

Elaborada por: Luis Felipe Ramírez Otero, Liliana Andrea Potosí Cruz y Sandra Esther Suárez Chávez.

Presentación

El proyecto de curso pretende experimentar en un contexto real o en una simulación de casos, problemas que se puedan resolver aplicando los conceptos y herramientas que se asimilan durante una determinada asignatura. Así mismo el proyecto de curso es fundamental para valorar un porcentaje de la nota (20%), de la mayoría de las asignaturas del Departamento de Ciencias Básicas.
En la presente guía se exponen los lineamientos generales que facilitan la implementación y realización de un óptimo proyecto de curso.

Objetivo General

Potencializar el aprendizaje significativo del estudiante por medio del desarrollo de un proyecto donde se apliquen los conceptos y técnicas, vistos en una determinada asignatura, a una situación o problemática real, bien sea en contextos de la vida universitaria, situaciones de la vida cotidiana o en escenarios organizacionales e institucionales bajo la orientación del profesor, con la finalidad de contribuir en el desarrollo de la competencia tecnológica o profesional de cada estudiante de acuerdo al programa académico al que pertenezca.

Objetivos Específicos

- Elegir una situación problema o proceso teniendo en cuenta la posibilidad de acceso a la información, ya sea de carácter secundaria o primaria.
- Describir la situación problema o proceso elegido para el proyecto.
- Aplicar la metodología o etapas de la investigación con el propósito de resolver la situación problema.

- Identificar las oportunidades de mejora a través de la aplicación de conceptos y herramientas más adecuados para afrontar el problema.
- Formular plan de acciones o decisiones para el mejoramiento del proceso o problemáticas.

Descripción de la actividad

El proyecto de curso es una actividad que debe realizarse en grupo de máximo 4 estudiantes. El equipo de trabajo debe identificar una situación problema o proceso que pueda ser abordado desde la aplicación de conceptos y las herramientas de la asignatura. Se pretende que el equipo de trabajo aplique la metodología, la cual le permite el abordaje de la problemática usando un proceso científico, donde el estudiante tiene la posibilidad experimentar la toma de datos, la organización de los mismos, la interpretación y la toma de decisiones con el fin de aportar en la solución y/o mejorar los procesos que se estudian.

Desarrollo de la actividad

1. **Conformación del equipo de trabajo**. Se pretende que a más tardar en la segunda semana se conforme el grupo de estudiantes que trabajaran en el proyecto. Es importante que tenga en cuenta que el proyecto es una responsabilidad del grupo, y que por lo tanto la evaluación del mismo será grupal y no individual.

2. **Elección de la problemática a estudiar o proceso a mejorar**. El equipo de trabajo debe elegir una problemática real, que puede pertenecer a alguna de los siguientes contextos: empresa manufacturera, empresa de servicios, la universidad u otra entidad educativa o del entorno comunitario (barrio, comuna o un sector). En dicho contexto debe identificarse claramente el problema a ser abordado teniendo en cuenta la posibilidad de tener datos ya sea mediante la recolección o si estos ya han sido recolectados.

3. **Aplicación de la metodología y evaluación.**
   Se aplican los pasos de la metodología elegida para la solución de la problemática.

4. **Presentación de los resultados finales.** El equipo de trabajo presentará a manera de exposición en la semana 15 los resultados de finales del caso de estudio al grupo. También se presentará trabajo escrito final teniendo en cuenta la siguiente estructura:

ESTRUCTURA PARA LA PRESENTACIÓN DEL INFORME ESCRITO DEL PROYECTO

El informe debe estar redactado con las normas APA (American Psychological Association) vigentes, con la siguiente estructura:

1. **Portada.** Con la siguiente información.
   - Título
   - Autores
   - Programa
   - Facultad - Universidad - Año

   Título del proyecto. El título no debe ser tan extenso, tratar de condensar la idea del proyecto con el menor número de palabras pero con tal exactitud que permita al lector ubicarse en el tema y atraer su interés.

2. **Introducción**. Es un compendio o resumen de todo el proyecto, en ese sentido se debe elaborar de último ya que tiene información desde el título del proyecto hasta conclusiones. Tiene fin ubicar y atrapar al lector

3. **Reseña del contexto**. En una página se describe la reseña de la empresa manufacturera, empresa de servicios, la universidad u otra entidad educativa o del entorno comunitario (barrio, comuna o un sector) que elige para el desarrollo del proyecto.
4. **Definición del problema.** Realice una descripción de la situación problema detallando la magnitud de la misma, la frecuencia de ocurrencia, las personas o instituciones que se ven afectados, los factores involucrados, las evidencias de sus consecuencias, etc. Así mismo, debe documentar el problema mediante datos históricos (si los hay) o recolectando información que sustente sus efectos. Puede usar algunas entrevistas iniciales para sustentar la problemática.
5. **Justificación.** Se sustenta la razón y la importancia de resolver el problema.
6. **Objetivo General y Objetivos Específicos.** El objetivo general es la definición de la meta a alcanzar al resolver el problema y los específicos son los logros parciales que deben abordarse para alcanzar la meta general. Para plantear los objetivos use los verbos en infinitivo, además tenga en cuenta que sean alcanzables con el desarrollo del proyecto.
7. **Metodología.** Corresponde a establecer como se llevará a cabo la solución del problema, es decir, tipos de estudio, método, fuentes de información, técnicas de recolección de información y los materiales utilizados.
8. **Sistematización de la ejecución del Proyecto.** Redactar de una forma sistemática el paso a paso de cómo se realizó el proyecto, analizando la información recolectada y procesada con la finalidad de implementar una estrategia de solución.
9. **Resultados Obtenidos.** Redacción de los resultados obtenidos después de implementada la estrategia de solución.
10. **Conclusiones y recomendaciones.** Los análisis y los resultados obtenidos deben concluirse teniendo en cuenta los objetivos propuestos y la situación problema definida.
11. **Bibliografía.**

AVANCES

El proyecto se evaluará de forma continua, que se concretarán en tres momentos o avances, que consisten en tres entregas a lo largo de semestre, con los siguientes elementos:

Entregables	Elementos	Semana de entrega	% Evaluación
Primera Entrega "El Anteproyecto"	Documento escrito con el título del proyecto, reseña histórica del lugar donde se ejecutará el proyecto, definición o planteamiento del problema, justificación, objetivo general, objetivos específicos metodología, cronograma de actividades, presupuesto y parte de la introducción y de la bibliografía).	Semana 4	4%
Segunda Entrega "Ejecución del Proyecto"	Documento escrito con la implementación de las correcciones realizadas en la primera entrega, adicionando la sistematización de la ejecución del proyecto, implementación de la estrategia de solución elegida, los resultados obtenidos, las conclusiones y recomendaciones, el resto de la introducción y la bibliografía.	Semana 9	4%
Tercera Entrega "El Proyecto terminado y sustentado"	Documento con el compendio del proyecto implementando las observaciones, sugerencias y correcciones realizadas en la primera y segunda entrega.	Semana 14	4%
	Elaboración de una presentación proyectada en Power Point o en algún programa similar (Con 5 diapositivas, nombre del proyecto e integrantes, objetivos, justificación, resultados obtenidos, conclusiones y recomendaciones)		4%
	Presentación y sustentación del proyecto		4%
Total			**20%**

Anexo 3: Propuesta de temas para el proyecto de curso.

Antonio José Camacho
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
Calidad, excelencia y compromiso social

PROPUESTA DE TEMAS PARA EL PROYECTO DE CURSO PARA ESTUDIANTES DE TECNOLOGIA EN ELECTRONICA, MECATRONICA, INSTRUMENTACION Y AFINES

Antonio José Camacho
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
CIENCIAS BÁSICAS

1. Seleccione un tema libre en el cual mediante la utilización del concepto de función lineal que se estudiará en el curso de matemáticas 1, se pueda dar solución a un problema relacionado con su carrera y que pueda pertenecer a alguno de los siguientes contextos: empresa manufacturera, empresa de servicios, la universidad u otra entidad educativa o del entorno comunitario (barrio, comuna o un sector). En dicho contexto debe identificarse claramente el problema a ser abordado teniendo en cuenta la posibilidad de tener datos ya sea mediante la recolección o si estos ya han sido recolectados.

2. IMPLEMENTACION DE UN SISTEMA ELECTRONICO DE ACONDICIONAMIENTO DE TEMPERATURA

   Para el proyecto se debe tener en cuenta lo siguiente:

a. Usar la Señal entregada por el sensor LM35

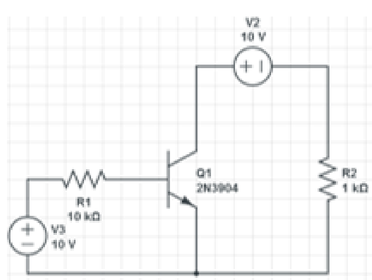
b. Usar los Amplificadores Operacionales en diferentes configuraciones necesarias para obtener una señal de salida de 1 a 5 Voltios cuando la temperatura varié de 0 a 100 grados centígrados.

3. Usar los Amplificadores Operacionales en diferentes configuraciones del ejercicio anterior necesarias para obtener una señal de salida de 2 a 10 Voltios cuando la temperatura varié de 0 a 100 grados centígrados.

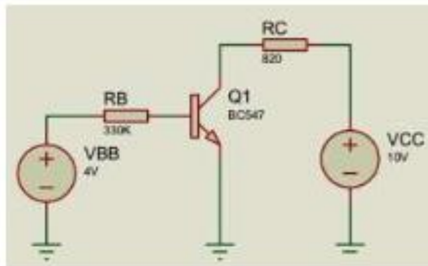
4. ANALISIS DE LA RECTA DE CARGA DE UN TRANSISTOR BJT PARA HALLAR EL PUNTO DE TRABAJO (Q).

   Para los siguientes circuitos, realice la investigación para obtener los cálculos necesarios para dibujar la recta de carga (Línea Recta) con el fin de hallar el punto de operación o punto Q (Quiescent operating point), especificado a través los parámetros ICQ, IBQ y la VCEQ. Este punto se encuentra localizado dentro de una recta denominada recta de carga estática.

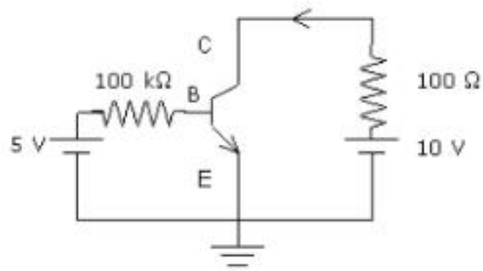
e.



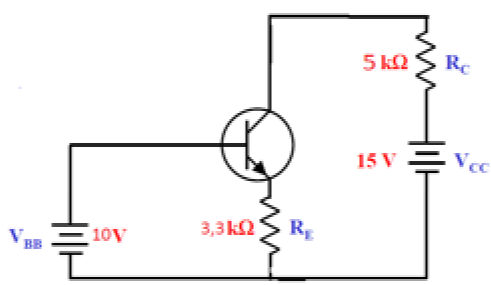
b.


RC
820
Q1
BC547
RB
330K
VBB
4V
VCC
10V

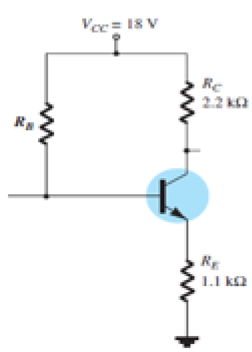
c.


C
100 kΩ
B
100 Ω
5 V
10 V
E

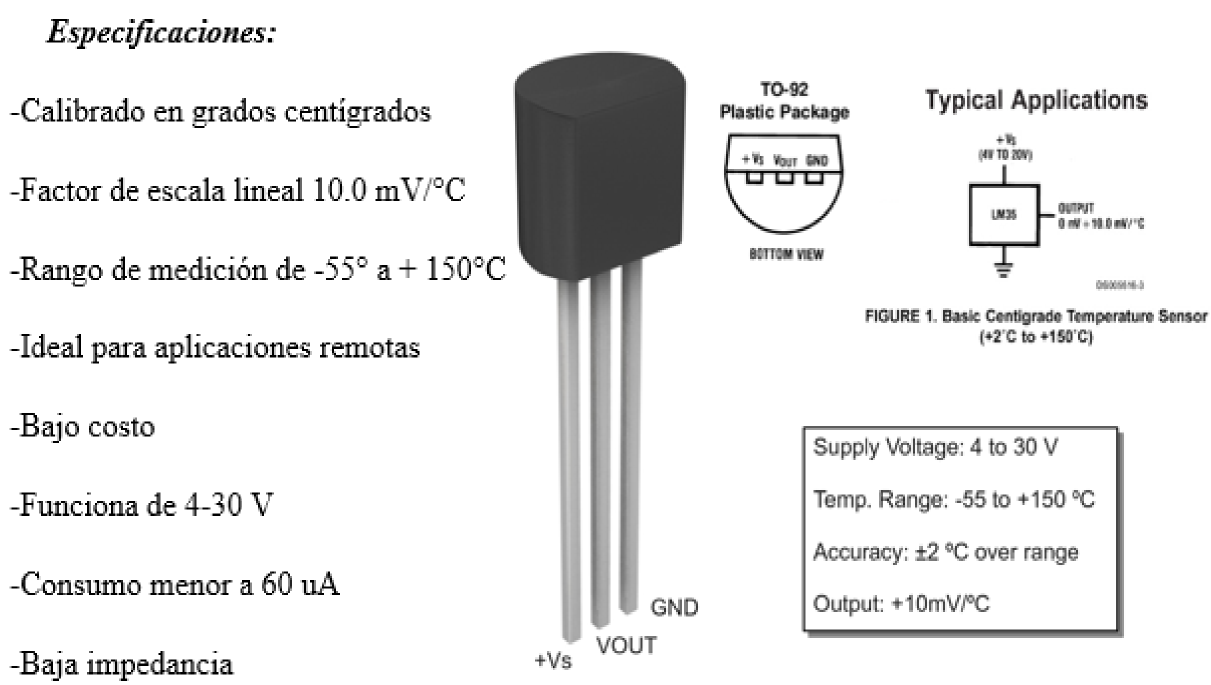
d.


5 kΩ
RC
15 V
VCC
VBB
10V
3,3 kΩ
RE

e.


VCC = 18 V
RC
2.2 kΩ
RB
RE
1.1 kΩ

Anexo 4: Especificaciones tecnicas de sensor de temperatrura LM 35.



Anexo 5: Especificaciones tecnicas de Amplificadores Operacionales.

Circuito integrado LM324.

Está compuesto por cuatro amplificadores operacionales de alta ganancia, diseñados para trabajar con fuente de alimentación simple. Sin embargo, también son capaces de funcionar con una fuente de alimentación doble.

Especificaciones:

-No. de amplificadores operacionales: 4

-No requiere fuente dual

(Sin embargo, con fuente sencilla no es

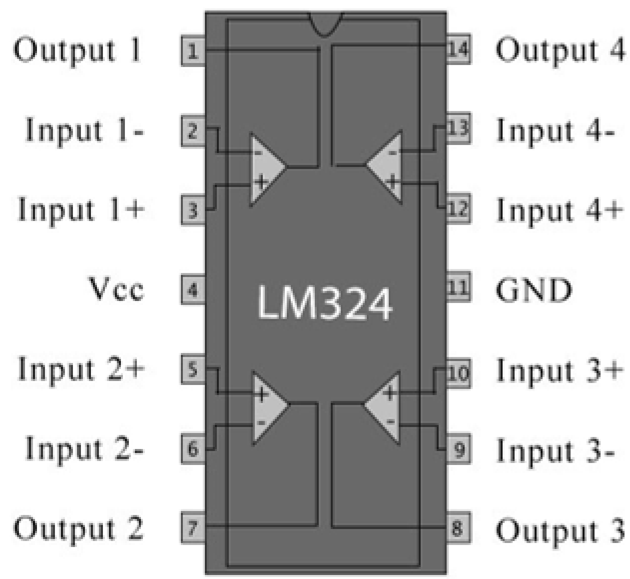
Posible que la salida obtenga voltajes

Negativos)

-Voltaje de alimentación:

3 V a 32 V fuente sencilla

±1.5 V a ±16 V fuente dual



Circuito integrado LM741.

Especificaciones:

-Número de amplificadores: 1

-Voltaje de alimentación: ± 18V

-Voltaje de entrada: ± 15V

-Encapsulado: 8-DIP